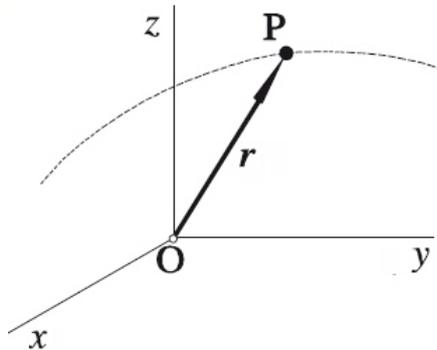


CINEMÁTICA DE LA PARTICULA

ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO



Vector posición: $\vec{r}(t)$

Velocidad: $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Aceleración: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt}$

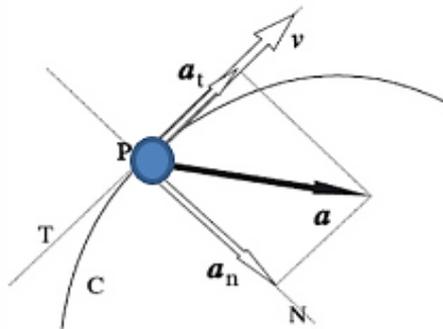
También:

$$\vec{r}(t) = \int \vec{V}(t) dt + C_1$$

$$\vec{V}(t) = \int \vec{a}(t) dt + C_2$$

Donde C_1 y C_2 son las constantes de integración

COMPONENTES NORMAL Y TANGENCIAL DE LA ACELERACIÓN



Aceleración tangencial

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

v : rapidez

Aceleración normal

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

ρ : radio de curvatura

1. PC2 (20-2)

En un movimiento curvilíneo, en cierto instante, el ángulo comprendido entre la velocidad y la aceleración de la partícula es β .

¿Cuál de las siguientes alternativas son correctas?

- Si el ángulo β es agudo, la rapidez de la partícula aumenta.
- Si el ángulo β es recto, la aceleración tangencial es nula.
- Si el ángulo β es obtuso, la aceleración angular y la velocidad angular son de signos contrarios.

Seleccione una:

- Solo I es correcta.
- Todas son correctas
- Solo I y II son correctas.
- Solo la III es incorrecta
- Todas son incorrectas.

2. PC1 (20-2)

Sobre cinemática de la partícula en el espacio, son ciertas las siguientes afirmaciones:

- La Velocidad es siempre tangente a la trayectoria.
- Si la velocidad es nula para cierto instante, entonces necesariamente la aceleración es nula en dicho instante.
- La aceleración nunca es tangente a la trayectoria.
- La velocidad media de una partícula es nula para cierto intervalo de tiempo, entonces necesariamente el desplazamiento es nulo en dicho intervalo.

Seleccione una:

- I y III
- I, II y III
- I y IV
- solo I
- II y III

3. PC1 (20-2)

El nuevo juguete del pequeño Tom es una pista armable de autos de carrera, que viene con dos autos coleccionables. Luego de armarla, Tom pone uno de los autos en la pista y hace que la recorra toda. En todo momento, el vector posición del auto está dado por:

$$r(t) = a \sin(t) \hat{i} - b \cos(t) \hat{j}$$

Dónde $a \neq b$, y ambas son diferentes de cero. ¿Cuál será la forma de la pista de carreras?

Seleccione una:

- Circular
- Hiperbólica
- Elíptica
- Parabólica
- Rectilínea



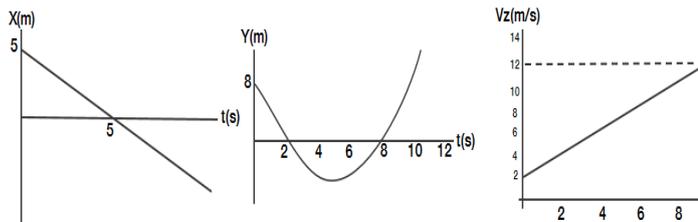
4. PC1 (20-0)

Se describe el movimiento de una partícula a través de los siguientes gráficos:

Además, se sabe que la partícula parte de la posición (5;8;2) m

Determine:

- Los vectores de posición y velocidad de la partícula para todo instante de tiempo.
- Los vectores velocidad y aceleración para $t = 1s$.
- El ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración en $t = 1s$.
- La aceleración tangencial y normal para $t = 1s$.



5. PC1 (20-0)

Un auto de juguete se mueve sobre una mesa cuadrada de 100 m de lado. Sobre la superficie de la mesa se coloca un plano coordenado XY (con ejes paralelos a los lados de la mesa y origen en su centro). En este sistema de coordenadas, el movimiento del auto de juguete queda escrito por:

$$\vec{r}(t) = (-15 - 4t; 8 + 2t^2)$$

Donde \vec{r} se mide en metros, t en segundos. Además, se sabe que el auto de juguete partió a $t = 0 s$. Determine:

- El vector velocidad y el vector aceleración para todo t
- La ecuación de la trayectoria del auto de juguete.
- Las coordenadas del punto en el que el auto de juguete se cae de la mesa.
- Sobre la trayectoria, dibuje los vectores posición, velocidad y aceleración para el instante en que el auto de juguete está a punto de caer de la mesa.

6. PC1 (19-1)

A una partícula de 2 Kg. que se encuentra sobre una mesa lisa se le imprime una aceleración de $4\hat{i} \text{ m/s}^2$. El sistema de referencia X-Y esta sobre la superficie de la mesa. Si inicialmente se encuentra en $\vec{r}_0 = 5\hat{i} \text{ m}$, y con velocidad $\vec{v}_0 = -3\hat{i} + 4\hat{j} \text{ m/s}$

- Halle el vector posición y velocidad para todo tiempo t .
- Hallar la ecuación de la trayectoria y graficarla.
- ¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando pasa por segunda por $x = 5 \text{ m}$?

7. PC1 (19-0)

El vector posición de un móvil está dado por:

$$\vec{r}(t) = (-2t + 6)\hat{i} + (t^2 + 3t - 7)\hat{j} \text{ (m)}$$

- Calcular los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$.
- Hallar la ecuación de la trayectoria
- Para el instante $t = 2 s$, calcular los vectores $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y dibújelos sobre la trayectoria.
- El ángulo que forman la velocidad y la aceleración para el instante $t = 2$.

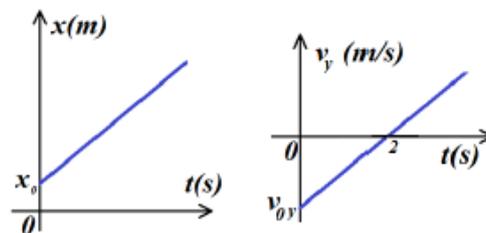
8. PC1 (19-0)

Una partícula se mueve sobre una plataforma horizontal, sobre la que se ha dispuesto un sistema de coordenadas XY. la aceleración y la posición de la partícula varía con el tiempo según los gráficos mostrados. Además, se sabe que a $t = 0 s$ la componente de la velocidad en X es 1 m/s. Se pide:

- Calcular el vector velocidad para todo instante de tiempo.
- Grafique V_x vs t y V_y vs t .

9. PC1 (18-2)

El movimiento de una partícula en un sistema de referencia xy, se representa con las gráficas siguientes:



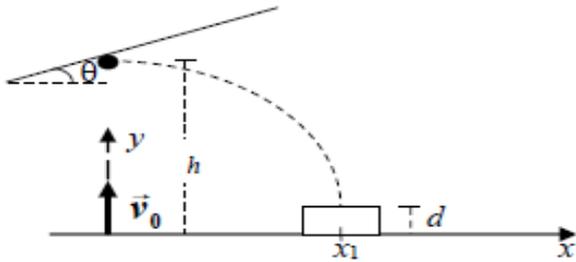
Además considere a:

$$\vec{r}_{(t=0)} = (2; 2) \text{ m y } \vec{v}_{(t=4)} = (5; 4) \text{ m/s}$$

- Calcular los vectores $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$
- Hallar la ecuación de la trayectoria
- Determinar la posición, velocidad y aceleración para $t=2s$.
- Graficar la trayectoria en el intervalo de 0s a 3s y dibujar sobre ella los vectores hallados en la parte c).

10. PC1 (18-2)

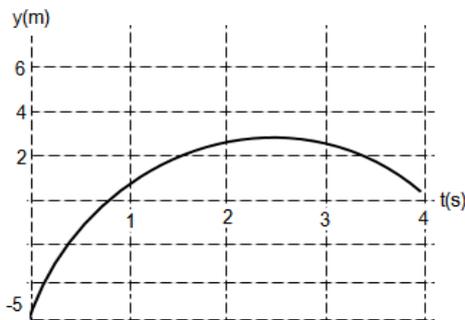
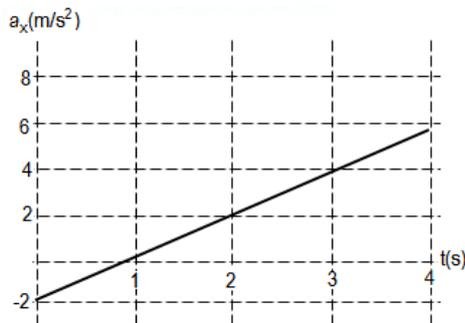
Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba a $t=0$ con una rapidez inicial v_0 y rebota en un techo inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal y después pega con una mesa a una distancia horizontal x_1 de su punto partida. En el choque la componente de la velocidad paralela a la superficie del techo no cambia y la componente perpendicular se invierte.



Datos $h=9,8\text{m}$; $v_0=14,7\text{m/s}$; $d=1,25\text{m}$; $\theta=30^\circ$

- ¿Cuál es la velocidad de la pelota justo después de chocar con el techo en componentes x - y ?
- Halle la ley de movimiento de la pelota desde justo después de chocar con el techo hasta antes de llegar a la mesa.
- Halle el valor de x_1 .

Trabaje en todo momento con el sistema de referencia mostrado y el tiempo medido desde el lanzamiento.



11. PC1 (18-1)

El vector posición de un móvil está dado por:

$$\vec{r}(t) = (3t + 6)\hat{i} + (9t^2 - 6t + 24)\hat{j}(\text{m})$$

- Calcular los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$
- hallar la ecuación de la trayectoria y graficarla en el intervalo de $[0\text{s a }2\text{s}]$
- Para el instante $t = 1\text{ s}$, calcular los vectores \vec{r} , \vec{v} y \vec{a} dibújelos sobre la trayectoria.

12. PC1 (18-1)

La aceleración de un móvil está dada por $\vec{a}(t) = (1/2)\hat{j}(\text{m/s}^2)$. Parte del origen y se sabe que tiene una velocidad $\vec{v}(2) = 1\hat{i} - 1\hat{j}(\text{m/s})$.

- Calcular los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{r}(t)$
- Hallar la ecuación de la trayectoria y graficarla en el intervalo de $[0\text{s a }10\text{s}]$
- Para el instante $t = 6\text{ s}$, calcular los vectores $\vec{r}(6)$, $\vec{v}(6)$ y $\vec{a}(6)$ y dibujarlos sobre la trayectoria.

13. PC1 (18-1)

El lagarto Basilisco es un tipo de lagarto que puede caminar en la superficie libre del agua a cierta velocidad, ya sea para atrapar su presa o para escapar de su depredador. Un Basilisco que se encuentra en peligro corre aturdido sobre la superficie libre del agua según el vector posición dado por:

$$\vec{r}(t) = ((2t + 1)\hat{i} + (-4t^2 + 4t + 14)\hat{j})\text{ m}$$



- Determine los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$.
- Hallar la ecuación de la trayectoria y grafique en el intervalo de $0\text{ s a }4\text{ s}$.
- Determinar los vectores posición, velocidad y aceleración para el instante $t = 2\text{ s}$.
- Graficar los tres vectores hallados en c) sobre la trayectoria.

14. PC1 (18-1)

Una partícula se desplaza sobre el plano xy con una aceleración $\vec{a}(t) = (2\hat{i})\text{ m/s}^2$. Inicia su movimiento con $\vec{v}(0) = (-2\hat{i} + 3\hat{j})\text{ m/s}$ y se conoce su posición $\vec{r}(2) = (2\hat{i} + 3\hat{j})\text{ m}$.

- Calcular los vectores $\vec{v}(t)$ y $\vec{r}(t)$.
- Hallar la ecuación de la trayectoria.
- Determinar los vectores posición, velocidad y aceleración para el instante $t = 2\text{ s}$.
- Graficar la trayectoria en el intervalo de $0\text{ s a }4\text{ s}$ y dibuje sobre ella los vectores hallados en c).

15. PC1 (18-0)

La ley de movimiento de un barquito de juguete que se mueve sobre una piscina cuadrada, en la que se ha dispuesto un sistema de coordenadas XY con origen en el centro de la piscina, viene dada por la siguiente ecuación:

$$\vec{r}(t) = (t - 1;t^2 - 2)$$

Donde \vec{r} se mide en m y t en s . Las esquinas de la piscina se encuentran en las posiciones $(-5; 5)\text{ m}$, $(5; 5)\text{ m}$, $(-5; -5)\text{ m}$ y $(5; -5)\text{ m}$. Determine:

- a) La velocidad y la aceleración del barquito para todo instante de tiempo.
- b) La ecuación de la trayectoria del barquito, y luego dibuje la trayectoria, teniendo en cuenta los límites de la piscina.
- c) El instante y las coordenadas (x,y) en que el barquito choca con el borde de la piscina.
- d) Para el instante hallado en c) determine el ángulo que forma la velocidad con la aceleración.

16. PC1 (18-0)

La ley de movimiento de una partícula está descrita por la siguiente relación:

$$\vec{r}(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)\hat{i} + 5 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right)\hat{j}$$

Donde \vec{r} se mide en m, t en segundos y el argumento de la función seno y coseno en radianes. Determine:

- a) La ecuación de la trayectoria en el plano XY.
- b) Dibuje la trayectoria sobre el plano XY.
- c) Los vectores velocidad y aceleración en el instante de tiempo t=20 s.
- d) Sobre la trayectoria, dibuje los vectores posición, velocidad y aceleración para t = 20 s.

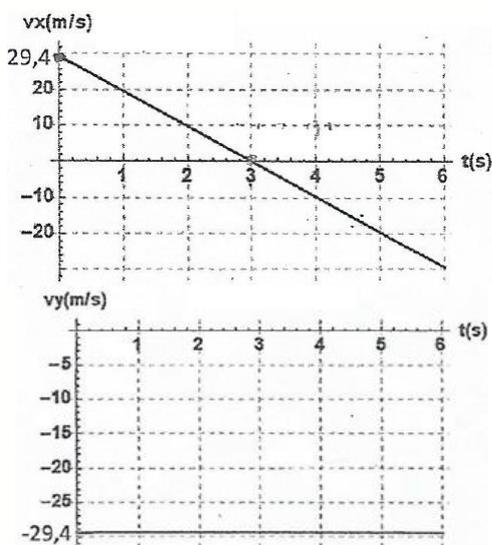
17. PC1 (18-0)

Una partícula que se mueve sobre un plano XY, parte de la posición $\vec{r}_0 = (1; 2) m$

en $t = 0 s$. La velocidad de la partícula está representada en las gráficas mostradas.

Determine:

- a) El vector posición para todo instante entre 0 s y 6 s.
- b) La ecuación de la trayectoria en el plano XY.
- c) Dibuje la trayectoria sobre el plano XY
- d) El ángulo que forman la velocidad y la aceleración para $t = 3 s$.



18. PC1 (18-0)

Analiza la verdad o falsedad de cada una de las siguientes afirmaciones justificando adecuadamente su respuesta.

- a) Una partícula se mueve en una trayectoria curva con rapidez constante. Luego, el vector aceleración debe ser nulo para todo instante.
- b) Una bicicleta se mueve a lo largo de una camino recto. Si se sabe que el vector desplazamiento es cero.
- c) Si la aceleración es constante, entonces necesariamente, la trayectoria es rectilínea.
- d) Si la velocidad es constante entonces la trayectoria de la partícula es una recta.

19. PC1 (17-2)

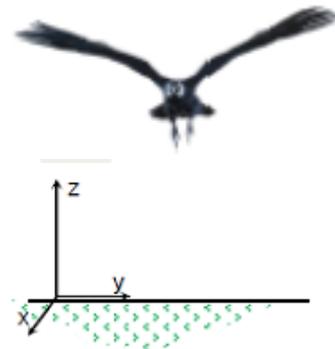
La velocidad de una partícula es $(4t, 3t^3, 5) m/s$, t en s. Su posición a los 3 s es (5; 2; 3)m. Hallar:

- a) La posición y aceleración de la partícula para todo instante de tiempo.
- b) La velocidad media entre 1 y 3 s.
- c) La aceleración media entre 2 y 4s.
- d) Las componentes tangencial y normal de la aceleración a los 5 s.

20. PC1 (17-1)

Un cóndor andino vuela en un plano horizontal cuya ley de movimiento está descrita por siguiente relación:

$$\vec{r}(t) = \left(\left(40 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) - 15 \right) \hat{i} + \left(50 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 20 \right) \hat{j} + 500 \hat{k} \right) (m)$$



Donde t está en segundos y el argumento de la función seno y coseno están en radianes. Para el sistema que se muestra en la figura,

Determine:

- a) La ecuación de la trayectoria en el plano XY
- b) Realizar la gráfica de la trayectoria sobre el plano XY.
- c) Los vectores velocidad y aceleración en el instante de tiempo t=20 s.
- d) El ángulo que forma la velocidad y la aceleración del cóndor en el instante t=20 s.

21. PC1 (17-1)

Una pelota soltada por un niño al borde de un acantilado, adquiere una velocidad cuya ecuación viene dado por $\vec{v}(t) = (-Ry\hat{i} - V_j\hat{j})$, donde "R" es una constante positiva e "y" es la ubicación de la pelota medida desde el origen de coordenadas como se muestra en la figura. Tomando el origen de coordenadas en el punto donde se suela la pelota, determine:



- El vector velocidad $v(t)$ de la pelota para todo instante.
- La ley de movimiento de la pelota $r(t)$ para todo instante.
- La aceleración de la pelota $a(t)$ para todo instante.

22. PC1 (17-1)

El vector posición de un pez en la superficie del agua es una función temporal que está dado por la siguiente relación:

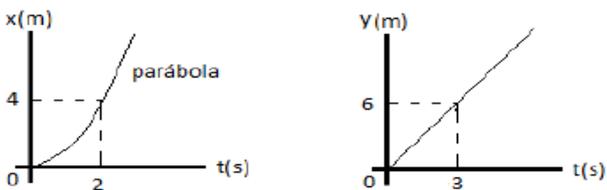
$$\vec{r}(t) = 10,00\cos(\pi t)\hat{i} + 5,00\sin(\pi t)\hat{j}$$

en metros determine:

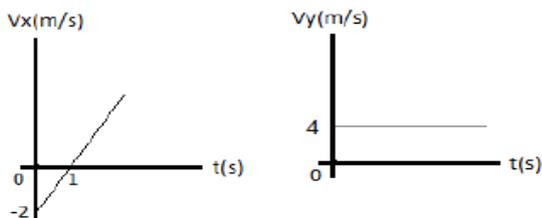
- Los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.
- La ecuación de la trayectoria del pez sobre el plano xy, luego gráfiquela.
- La velocidad y la aceleración instantánea para $t = 0,5s$, luego graficar dichos vectores sobre la trayectoria.

23. PC1 (17-1)

Una hormiga se mueve en un plano XY con velocidad inicial en el eje X igual a cero y se mueven según las gráficas:



Un oso hormiguero está en la posición inicial $(4; y_0)$ donde y_0 es desconocido. El oso ve a la hormiga y la persigue según la velocidad representada por las gráficas:



Si el oso atrapa a la hormiga. Determine:

- La posición inicial del oso y el instante que atrapa a la hormiga.
- La velocidad y aceleración de la hormiga y el oso.
- La ecuación de las trayectorias del oso y la hormiga.
- Dibuje en un mismo sistema de referencia las trayectorias.

24. PC1 (17-1)

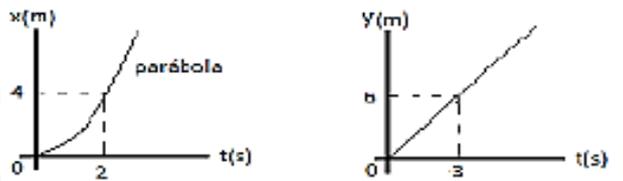
La ley de movimiento de una partícula es $\vec{r}(t) = (20\hat{i} + (14 - 5t^2)\hat{j} + t\hat{k})(m)$, t en segundos.

Se pide:

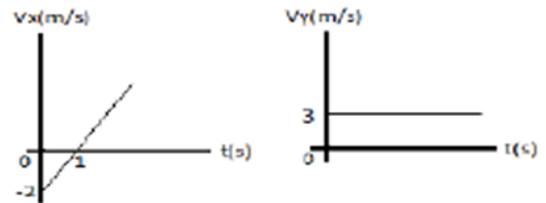
- Los vectores velocidad y aceleración de la partícula en función del tiempo.
- Realizar la gráfica de la trayectoria sobre el plano YZ.
- Los vectores velocidad media y la aceleración media entre los instantes 2 y 5 s.
- Encuentre el ángulo que forma el vector aceleración y el vector velocidad en el instante $t = 1$ s.

25. PC1 (17-1)

Una hormiga se mueve en un plano XY con velocidad inicial en el eje x igual a cero y se mueven según las gráficas:



Un oso hormiguero está en la posición inicial $(6; y_0)m$, donde y_0 es desconocido. El oso ve a la hormiga y la persigue según la velocidad representada por las gráficas:



Si el oso atrapa a la hormiga. Determine:

- La posición inicial del oso y el instante que atrapa a la hormiga.
- La velocidad y aceleración de la hormiga y el oso.
- La ecuación de las trayectorias del oso y la hormiga.
- Dibuje en un mismo sistema de referencia las trayectorias.

26. PC2 (17-0)

La velocidad de una partícula en movimiento plano está dada por el vector:

$$\vec{v}(t) = -6\pi\sin(2\pi t)\hat{i} + 4\pi\cos(2\pi t)\hat{j} (m/s)$$

Estando t en segundos. Si la partícula parte del punto $\vec{r}(0) = 3\hat{i} m$, determine:

- La posición y la aceleración de la partícula en función del tiempo.
 - La trayectoria de la partícula y gráfiquela.
- Para $t=1,4$ segundos se pide:
- La posición, velocidad y aceleración de la partícula.

- d) La aceleración tangencial y la aceleración normal de la partícula.
- e) Grafique sobre la trayectoria trazada en la parte b) la posición de la partícula, la velocidad y aceleración. Determine si en ese instante la partícula está siendo acelerada o frenada. Justifique su respuesta.

27. PC1 (16-2)

El vector posición de un barquito de juguete que se mueve sobre una piscina, en la que se ha dispuesto un sistema de ejes X-Y, es $\vec{r}(t) = (t-1; t^2 - 6t + 9) \text{ m}$, t en segundos.

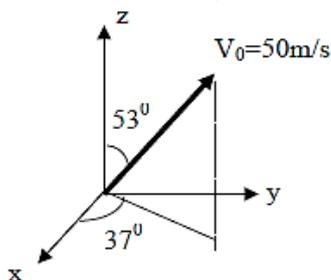
El sistema de ejes X-Y está en el centro de la piscina, y las esquinas de la piscina se ubican en (-5; -10) m, (-5; 10) m, (5; -10) m y (5; 10) m.

- a) Determine la velocidad y la aceleración del barquito para todo instante de tiempo.
- b) Determine la ecuación de la trayectoria del barquito y luego gráfiquela, teniendo en cuenta los límites de la piscina.
- c) Determine el instante y las coordenadas (x,y) en que el barquito choca con uno de los bordes de la piscina.
- d) Para t=5 s determine la aceleración tangencial y normal, luego gráfiquela sobre la trayectoria.

28. PC1 (16-2)

Un proyectil es lanzado al aire con una velocidad inicial de 20m/s en un lugar donde sopla un viento, el cual le imprime una aceleración adicional a la gravedad de $\vec{a} = (2t; 3t^2; 0) \text{ m/s}^2$ determine:

- a) La posición en que logra su altura máxima.
- b) La velocidad cuando el proyectil toca tierra.



29. PC1 (16-2)

Una persona en un paracaídas que parte desde el reposo y desde la orilla en la playa es jalada por un bote. El paracaídas asciende verticalmente con velocidad constante de módulo v_0 , pero debido al bote adquiere una componente horizontal de velocidad $v_x = by$, donde "b" es una constante positiva e "y" es la posición vertical del paracaídas medida desde el piso. Tomando el origen de coordenadas en el punto de partida,

- a) Hallar el vector velocidad $\vec{v}(t)$ del paracaídas para todo instante.

- b) Hallar la ley de movimiento del paracaídas $\vec{r}(t)$ para todo instante.
- c) Hallar la ecuación de la trayectoria seguida por el paracaídas a partir de sus ecuaciones paramétricas y graficarla.
- d) Hallar la componente tangencial de su aceleración en función de su altura "y".

30. PC1 (16-2)

El movimiento de una partícula en el plano xy se describe mediante la ecuación de movimiento:

$$\vec{r}(t) = 4\text{sen}(2t)\hat{i} + 4(1 - \cos(2t))\hat{j}(\text{m})$$

Donde r se mide en metros y t en segundos. Calcular:

- a) La velocidad y aceleración de la partícula para todo instante.
- b) Para t = $\pi/4$ s, ¿cuál es la posición, velocidad y aceleración la partícula?
- c) ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria de la partícula?
- d) Graficar la trayectoria y ubicar sobre ella los vectores posición, velocidad y aceleración para t = $\pi/4$ segundos.

31. PC1 / 16 - 1

Un barquito de juguete se mueve sobre una piscina circular de 8 m de radio. Para describir su movimiento se coloca un sistema de ejes coordenados con origen en el centro de la piscina. La ley de movimiento del barquito viene dada por la siguiente ecuación:

$$\vec{r}(t) = (2\cos(t); -3\sin(t))$$

Donde t está en segundos y la posición en metros. Halle:

- a) La velocidad y la aceleración de la partícula para todo instante t.
- b) La ecuación de la trayectoria y señale en ella movimiento del barquito.
- c) Los vectores posición, velocidad y aceleración a t = 10s Dibújelos en la trayectoria.
- d) Si a t = 10s, se malogra el barquito y este continúa su movimiento con velocidad constante, halle en qué punto el barquito choca contra la pared de la piscina.

32. PC1 / 16 - 1

Una partícula se mueve en el plano X-Y mediante la siguiente ley de movimiento:

$$\vec{r}(t) = a\cos(bt)\hat{i} + a\text{sen}(bt)\hat{j}$$

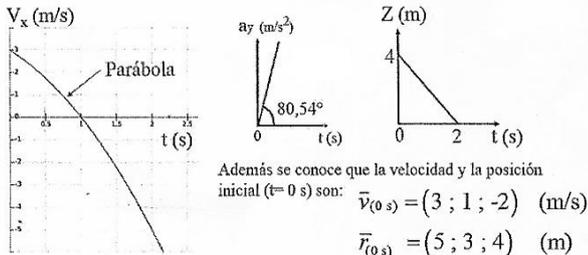
Donde \vec{r} está en metros, t en segundos y $b > 0$

- a) Hallar la ecuación de la trayectoria
- b) Encontrar la velocidad y la aceleración de la partícula
- c) Demostrar que la velocidad es perpendicular a la aceleración y que la aceleración apunta hacia el centro de la trayectoria para todo instante de tiempo.
- d) Graficar sobre la trayectoria los vectores posición, velocidad y aceleración para $t = \frac{\pi}{4b}$

33. PC1 / 16 – 1

Una partícula describe cierto movimiento a través de los siguientes gráficos. Determine:

- El vector posición para todo instante de tiempo
- Los vectores velocidad y aceleración en el tiempo $t = 1$ s.
- El ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración en $t = 1$ s.
- La aceleración paralela y perpendicular a la velocidad en $t = 1$ s.



34. PC1 / 16 – 1

Una partícula parte del punto $\vec{r}_0 = (10\hat{i} - 20\hat{j} + 30\hat{k})$ (m) y viaja con velocidad

$$\vec{v}(t) = (2+6t^2)\hat{i} + (8)\hat{j} + (-4t)\hat{k} \text{ (m/s)}$$

- Hacer los gráficos de las componentes $v_x(t)$ y $v_z(t)$
- Calcular la aceleración instantánea $a(t)$
- Hallar la ley del movimiento $r(t)$
- En el instante $t = 2$ s encontrar la componente de la aceleración en la dirección del vector posición.

35. PC1 / 16 – 1

El vector posición de una partícula varía según

$$\vec{r}(t) = 2t\hat{i} + 4\text{sen}(2t)\hat{j} \text{ (m)}$$

Donde t se expresa en segundos y r en metros.

- Determinar la ecuación de la trayectoria y graficarla en el plano xy .
- Determinar la velocidad de la partícula para todo instante.
- Determinar la aceleración de la partícula para todo instante.
- Para $t = \pi / 4$ segundos, determinar la posición, velocidad y aceleración de la partícula.
- Ubicar los vectores de la parte d) sobre la gráfica realizada en la parte a).

36. PC1 / 16 – 1

La posición de una partícula está definida por

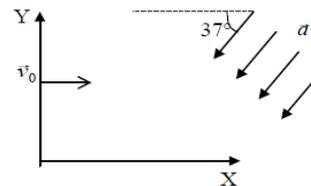
$$\vec{r}(t) = 5\cos(2t)\hat{i} + 5\text{sen}(2t)\hat{j} \text{ (m)}$$

- Hallar los vectores $v(t)$ y $a(t)$ para todo instante.
- Hallar la ecuación de la trayectoria.
- Graficar la trayectoria y los vectores r , v y a en el instante para el cual se encuentra en $x = 4$ (m)

37. PC1 / 16 – 1

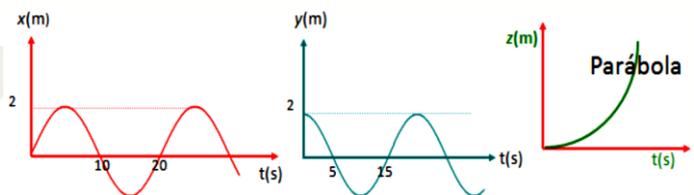
Una partícula que se mueve sobre el plano horizontal X-Y parte de la posición $\vec{r}_0 = (0; 27)$ m y su velocidad inicial es $\vec{v}_0 = (42; 0)$ m/s sobre ella actúa una aceleración constante de módulo 10 m/s^2 , cuya dirección y sentido se muestra en la figura. Hallar:

- La posición de la partícula cuando corta el eje X.
- El vector velocidad de la partícula cuando corta el eje X y el ángulo que forma con dicho eje.
- El instante en que la partícula vuelve a pasar por el eje Y.
- La velocidad de la partícula cuando vuelve a pasar por el eje Y.



38. PC1 / 15 – 2

Dado los siguientes gráficos: $x-t$ e $y-t$ son funciones sinusoidales y la parábola cumple con $z(1) = 2$. Encontrar:



- La ley de movimiento.
- Dibujar la trayectoria.
- La velocidad y aceleración para todo instante.
- Dibuje los vectores posición, velocidad y aceleración para $t = 5$ s.

39. PC1 / 15 – 2

A una partícula de 2 Kg. que se encuentra sobre una mesa lisa o sin fricción, se le aplica una fuerza que le imprime una aceleración de $4\hat{i} \text{ m/s}^2$. El sistema de referencia X-Y este sobre la superficie de la mesa. Si inicialmente se encuentra en $r_0 = 5\hat{i}$ m, y con velocidad $v_0 = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ (m/s).

- Halle el vector posición y velocidad para todo tiempo t .
- ¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando su coordenada x tiene por segunda vez el valor $x = 5$ m?

40. PC1 / 15 – 2

Una partícula se mueve en el plano horizontal $x-y$ con la siguiente ley de movimiento: $\vec{r}_{(t)} = 12t\hat{i} + ct^2\hat{j}$, siendo t el tiempo en segundos y c una constante positiva con unidades de aceleración.

- Si para $t = 0$ s el radio de curvatura es 4 m, calcule el valor de la constante c .

- b) ¿Cuál es el ángulo que forma el vector aceleración con el vector velocidad para $t = 2s$? ¿A partir de este resultado puede determinar el valor de la aceleración tangencial?

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

41. PC1 / 15 - 2

La posición de una partícula viene expresada por:

$\vec{r}(t) = -3\text{sen}(3\pi t)\mathbf{i} + 4\text{cos}(3\pi t)\mathbf{j}$ en donde t se expresa en segundos y r en metros. Encuentre:

- Los vectores velocidad y aceleración de la partícula para todo instante del tiempo.
- Encuentre la ecuación de la trayectoria y gráfiquela
- Grafique los vectores posición, velocidad y aceleración sobre la gráfica de la trayectoria para el instante de tiempo $1/9$ s.

42. PC1 (20-2)

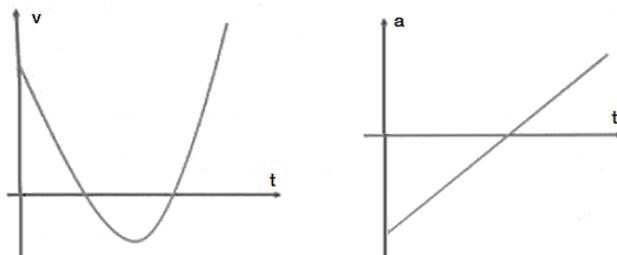
Las partículas 1 y 2 inician su movimiento simultáneamente y se mueven a lo largo del eje X durante el intervalo de $[0;5]$ s. La posición de la partícula 1 está dada por $x(t) = t^3 - 5t^2 + 4t$, donde x está en metros y t en segundos. La partícula 2, parte con velocidad desconocida, del punto $x=4m$ y aceleración constante. Las partículas se cruzan en el origen de coordenadas, cuando la partícula 1 está en el origen de coordenadas por segunda y tercera vez.

Seleccione una o más de una:

- La aceleración inicial de la partícula 1 es igual a $-5m/s^2$
- Los instantes que la partícula 1 está en el origen es 0 s, s y 4s.
- La velocidad de la partícula 2 está dada por $v(t) = 2t - 5$, v está en m/s y t en s
- La aceleración de la partícula 2 es igual a $4m/s^2$
- La velocidad inicial de la partícula 1 s igual a 5 m/s

43. PC1 (20-2)

Una partícula se mueve en trayectoria rectilínea según las gráficas $v-t$ y $a-t$ mostradas:



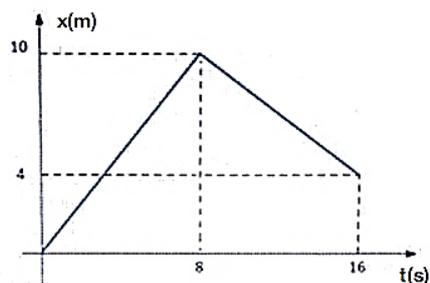
Elija la alternativa correcta.

Seleccione una:

- Al comienzo de su movimiento, la rapidez aumenta.
- la rapidez inicial de partícula es negativa.
- Mientras la aceleración es negativa la rapidez solo disminuye.
- En algún intervalo de tiempo, mientras la rapidez aumenta el desplazamiento es negativo.
- Mientras a velocidad es positiva el desplazamiento es negativo.

44. PC1 (20-2)

La ley del movimiento de una partícula que se mueve sobre el eje X esta descrita por el siguiente gráfico:



Indique la alternativa correcta:

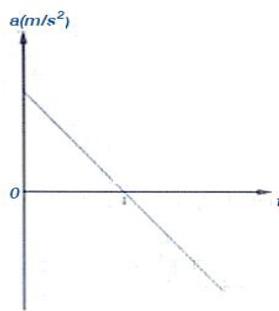
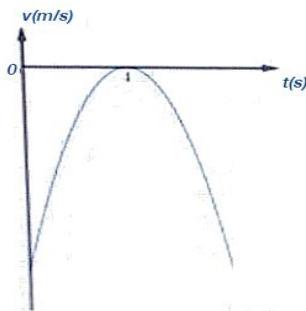
- I. En el intervalo de 8 s a 16 s, el desplazamiento es de 4 m.
- II. El módulo de la velocidad media en el intervalo de [0;8] s es mayor que el intervalo de [8;16] s.
- III. El desplazamiento en el intervalo de [0;16] s es 0m.
- IV. La posición de la partícula en $t=16$ s es igual a 4m.

Seleccione una:

- a) Solo I, II y III
- b) Solo II
- c) Solo II, III, y IV
- d) Solo IV
- e) Solo II y IV

45. PC1 (20-2)

Una partícula que se mueve en el eje X puede ser representada por las siguientes gráficas de v-t y a-t:

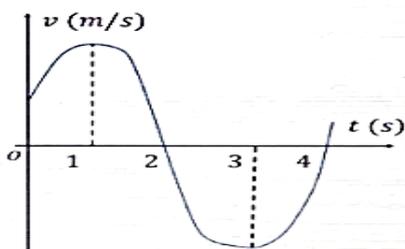


Seleccione una:

- a) La partícula parte del reposo.
- b) El desplazamiento es positivo, cuando aumenta su rapidez.
- c) La partícula se mueve en un solo sentido en todo momento.
- d) La posición inicial de la partícula necesariamente es cero.
- e) en el intervalo entre 0 s y 4s, la rapidez aumenta.

46. PC1 (20-2)

En la siguiente figura, se muestra el gráfico velocidad versus tiempo de un móvil que se mueve a lo largo del eje X.



Elija la alternativa correcta.

Seleccione una:

- a) En algún instante la aceleración puede ser nula.
- b) El sentido de la aceleración en el intervalo de $1s < t < 2s$ es diferente al sentido de la aceleración entre $2s < t < 3s$.
- c) El móvil regresa necesariamente a su posición inicial.

- d) El móvil parte del reposo acelerado
- e) El móvil se está alejando de su posición inicial de $2s < t < 3s$.

47. PC1 (20-2)

Las leyes de movimiento de los móviles A y B, que se mueven sobre una línea recta son:

$X_A(t) = 4t + c$ y $x_B(t) = t^2 + d$, donde c y d son constantes, x está en metros y t en segundos.

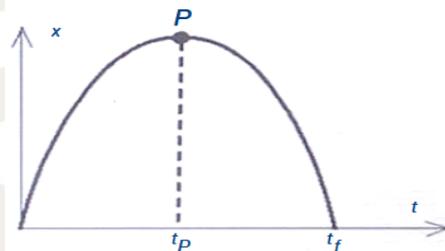
Elija la alternativa correcta

Seleccione una:

- a) Si c y d tienen signos contrarios, entonces necesariamente los móviles van al encuentro uno del otro en todo momento.
- b) La trayectoria de B es una parábola.
- c) En el instante $t=2$ s, la rapidez de A es el doble que la de B.
- d) Los desplazamientos de A y B son siempre positivos.
- e) Si c y d son negativos, entonces necesariamente A y B cambian en algún momento el sentido de su movimiento.

48. PC1 (20-2)

La gráfica representa el movimiento rectilíneo de una partícula a lo largo del eje X, donde P es el vértice de la parábola:

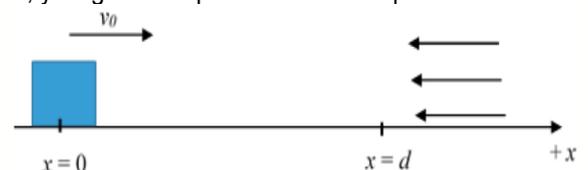


Seleccione una:

- a) En el punto P la derivada de la coordenada "x" respecto del tiempo "t" es diferente a cero.
- b) En el punto P se tiene rapidez máxima.
- c) El desplazamiento entre $t=0$ y el final es diferente de cero.
- d) El sentido de la velocidad es constante durante todo el movimiento.
- e) en el punto P el cuerpo tiene aceleración.

49. PC1 (20-1)

Un bloque se lanza con una velocidad inicial de módulo v_0 a lo largo del eje + x, contra el viento que actúa en todo momento, tal que el bloque disminuye su rapidez de forma constante hasta detenerse instantáneamente en $x = d$, y luego se desplaza en sentido opuesto.



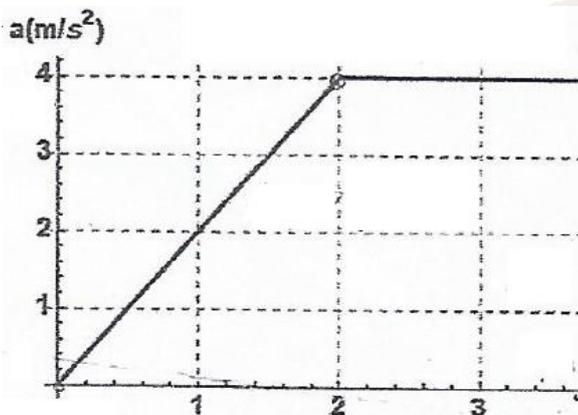
- I. El módulo de la aceleración normal es constante e igual a $v_0^2 / 2d$.
- II. El módulo de la aceleración tangencial es igual a cero cuando el bloque se detiene instantáneamente en d.
- III. La variación de la velocidad es negativa en todo momento.

50. PC1 (18-0)

Un auto que se mueve a lo largo de un camino recto, sobre el que se ha dispuesto un eje de coordenadas X. La aceleración del auto varía con el tiempo según el gráfico mostrado. Si además se sabe que a $t=1s$, su posición es $x_0 = -1m$, y su velocidad inicial es $v_0 = 1m/s$.

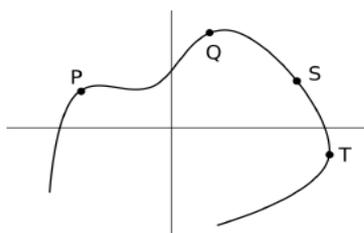
Halle:

- a) La aceleración, velocidad y la posición para todo instante t entre 0 s y 4 s.
- b) La gráfica de V vs t.



51. PC1 (17-2)

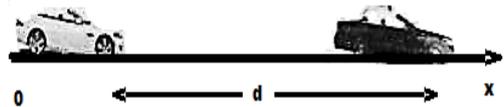
- a) Calcular la integral $I = \int_0^2 (2z^2 + 1) dz$
- b) Un objeto se mueve en línea recta, su aceleración en función al tiempo es: $a(t) = 2t^2 + 1$ velocidad es $v(1) = 3$. Determinar su velocidad para todo instante de tiempo.
- c) Una partícula se mueve en línea recta con la ley $x(t) = 5 \cos(5t) + 3t^2 - 5t - 5$ Determinar su velocidad para todo instante de tiempo. Calcular la velocidad para $t = 0,2$
- d) Un cuerpo se mueve en el plano xy con rapidez constante. La trayectoria es mostrada en el gráfico siguiente. Copiar el dibujo en el cuadernillo y dibujar los vectores aceleración normal en el punto P, aceleración tangencial en el punto Q, velocidad en el punto S y aceleración en el punto T.



52. PC1 (17-2)

Un automóvil blanco se encuentra en el origen de coordenadas y parte con rapidez constante v_0 desconocida en persecución de un automóvil negro que se encuentra a una distancia d del automóvil blanco. En el instante en que el automóvil blanco arranca, el automóvil negro arranca con una aceleración a_x , constate alejándose del automóvil blanco. El conductor del automóvil negro decide lanzarle una pelota al conductor del auto negro con velocidad $(-v_x; v_y)$ respecto de tierra con tal suerte que la pelota impacta en el conductor del auto blanco. **Asuma que ambos automóviles son puntuales. Hallar:**

- a) La velocidad v_0 del automóvil blanco.
- b) El tiempo que le toma a la pelota impactar en el auto blanco.
- c) El desplazamiento del auto negro y del blanco.
- d) La distancia a la que está el auto negro del auto blanco cuando recibe el impacto de la pelota.
- e) Si $V_0 = 20 m/s$, y el alcance.



53. PC1 (17-1)

El cohete de la figura se dispara desde el reposo verticalmente hacia arriba con una aceleración de $30 m/s^2$. Después de subir 200 m se desprende una tuerca del cohete. Despreciando la resistencia del aire, y usando un eje de coordenadas con origen en el suelo en $t=0$ como se muestra en la figura, determinar:

- a) Las leyes de movimientos del cohete y de la tuerca en función del tiempo
- b) La altura máxima y el instante en que alcanza dicha altura la tuerca.
- c) La velocidad del cohete y de la tuerca en el instante que impacta la tuerca con el piso.



54. PC2 / 17 - 0

La posición de una partícula está dada por:

$$x(t) = 3 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} t \right) m$$

Durante el intervalo de tiempo $[0;4] s$.

Determine:

- a) La velocidad y aceleración de la partícula.
- b) Trazar la gráfica $x - t$

- c) Los instantes de tiempo en los cuales la partícula alcanza su rapidez máxima.
- d) La distancia total recorrida por la partícula.
- e) Los instantes de tiempo donde la partícula tiene rapidez cero.

55. PC2 / 17 – 0

Dos partículas se mueven sobre el eje X y sus posiciones en el tiempo están dadas por las siguientes funciones:

$$x_A(t) = t^3 + bt \text{ y } x_B(t) = c \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ m, donde b y c}$$

son constantes por determinar. Considerar que las posiciones están dadas en metros y el tiempo en segundos.

- a) Determinar las constantes b y c sabiendo que las partículas tienen igual velocidad y posición en $t=1,0$ s y dar la posición en función del tiempo para cada partícula.
- b) Encontrar la velocidad y aceleración para ambas partículas.
- c) Graficar la velocidad en función del tiempo de ambas partículas hasta el tiempo de encuentro.

56. PC2 / 17 – 0

Las partículas A y B inician su movimiento simultáneamente y se mueven a lo largo del eje x durante el intervalo de tiempo $[0;4]$ s . La posición de la partícula

A está dada por $x_A(t) = t^3 + 4t^2 + 3t$ donde t está en segundos. La partícula B parte del punto $x=3$ m , se mueve con aceleración constante y se cruza con la partícula A cuando esta pasa por el origen de coordenadas por segunda y tercera vez. Determine:

- a) La posición de la partícula B en función del tiempo.
- b) La velocidad y aceleración de cada partícula para los dos instantes en que se cruzan.
- c) La gráfica velocidad – tiempo para cada partícula en un mismo gráfico.

57. PC1 / 17 – 0

La posición de una partícula está dada por:

$$x(t) = 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ m durante el intervalo de tiempo}$$

$[0;4]$ s . Determine:

- a) La velocidad y aceleración de la partícula.
- b) Trazar la gráfica $x - t$
- c) Los instantes de tiempo en los cuales la partícula alcanza su rapidez máxima.
- d) La distancia total recorrida por la partícula.
- e) Los instantes de tiempo donde la partícula tiene rapidez cero.

58. PC1 / 17 – 0

Dos partículas se mueven sobre el eje X y sus posiciones en el tiempo están dadas por las siguientes funciones:

$$x_A(t) = t^3 + bt \text{ y } x_B(t) = c \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{2}t\right), \text{ donde b y c son}$$

constantes por determinar. Considerar que las

posiciones están dadas en metros y el tiempo en segundos.

- a) Determinar las constantes b y c sabiendo que las partículas tienen igual velocidad y posición en $t=1,0$ s y dar la posición en función del tiempo para cada partícula.
- b) Encontrar la velocidad y aceleración para ambas partículas.
- c) Graficar la velocidad en función del tiempo de ambas partículas hasta el tiempo de encuentro.

59. PC1 / 16 – 0

Se tiene dos partículas A y B: Para la partícula A:

$x_A(t) = 5t^3 - 5t^2 - 2t$, donde x está en metros y t en segundos. Para la partícula B: $a_B(t) = 6,0 \text{ m/s}^2$, $v_B(0) = -3,0 \text{ m/s}$ y $x_B(0) = 0,0 \text{ m}$ Determinar:

- a) El instante en que las partículas A y B están en la misma posición.
- b) La distancia recorrida y el desplazamiento de cada una de las partículas desde su segundo encuentro hasta que se encuentran por tercera vez.
- c) El intervalo de tiempo en que la rapidez de la partícula A disminuye.

60. PC1 / 16 – 0

Una liebre se mueve a velocidad constante de rapidez 3,0 m/s. Un cazador al ver a la liebre alejándose la persigue siguiendo las huellas de la liebre. Inicialmente el cazador está a 80 m detrás de la liebre y parte del reposo con aceleración constante. Si el cazador alcanza a la liebre cuando ella a recorrido 100 m determinar la aceleración del cazador.

61. PC1 / 16 – 0

Las partículas A y B inician su movimiento simultáneamente y se mueven a lo largo del eje x durante el intervalo de tiempo $[0;4\pi]$ s . La ley de movimiento de la partícula A está dada por $(t) = 2(t/2)$, donde t está en segundos. La partícula B se mueve con velocidad constante iniciando su movimiento desde $(0) = -4,0$. Si las partículas se cruzan por única vez en $t = 2\pi$ s, se pide determinar:

- a) La ley de movimiento de la partícula B
- b) La velocidad y aceleración de cada partícula al momento de cruzarse.
- c) La gráfica posición – tiempo para cada partícula en un mismo sistema coordenado y el intervalo de tiempo en el cual las partículas viajan en el mismo sentido
- d) El desplazamiento y la distancia recorrida por cada partícula desde su partida hasta el instante que se cruzan.

62. PC1 / 16 – 0

Una partícula parte del origen de coordenadas con velocidad inicial 1,2 m/s y sigue un movimiento a lo largo del eje x. Si la aceleración de la partícula es $a(t) = 4t - 6 \text{ m/s}^2$, donde t está en segundos. Para el intervalo de tiempo $[0;4,00]$ segundos de su movimiento, se pide:

- a) Determinar la velocidad y la graficar velocidad – tiempo

MOVIMIENTO DE PROYECTILES

- b) Determinar la posición y graficar posición – tiempo
- c) Determinar los intervalos de tiempo donde la rapidez de la partícula disminuye y los intervalos de tiempo donde la rapidez de la partícula aumenta
- d) Determinar el desplazamiento y la distancia recorrida por la partícula entre $t=0,0$ s y $t=3,0$ s .

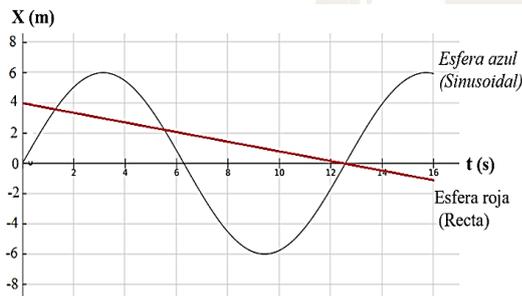
63. PC1 / 15 – 0

Una partícula se mueve en una dimensión con una aceleración que está dada por: $a(t) = 3t - 2$, donde t está en segundos y la aceleración en m/s^2 . Además, se conoce que la posición de la partícula en $t = 1$ s es $0,5$ m y su velocidad en $t = 2$ s es -2 m/s. Determine:

- a) La ley de movimiento de la partícula.
- b) En qué instante(s) cambia de sentido el movimiento de la partícula.
- c) La distancia recorrida y el desplazamiento entre $t = 0$ y $t = 4$ s.

64. PC1 / 15 – 0

Una esfera roja y otra esfera azul se mueven en carriles paralelos entre sí. Las leyes de movimiento de las esferas se describen en las gráficas adjuntas. La posición de la esfera roja en $t = 0$ s es 4 m, y la posición de la esfera azul en $t = 0$ s es 0 m. En $t = \pi$ s la velocidad de la esfera azul es 0 m/s y su posición es 6 m. Las esferas cruzan la posición 0 m en $t = 4\pi$ s. Para el intervalo de tiempo de 0 s hasta 15 s, determine:



- a) Las leyes de movimiento y velocidad de cada esfera.
- b) Las velocidades de cada esfera cuando se cruzan por tercera vez.
- c) El intervalo de tiempo en que se mueven las esferas en el mismo sentido.
- d) El mayor módulo de aceleración que alcanza la esfera azul.

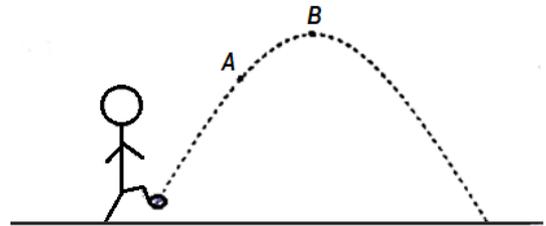
65. PC1 / 14 – 2

Se tiene dos partículas A y B. Para la partícula A: $x_A(t) = 5t^2 - 5t - 2$, donde x está en metros y t en segundos. Para la partícula B: $a_B(t) = 8$, donde t está en segundos y la aceleración en m/s^2 . $v_B(1) = 6$ m/s, $x_B(1) = -2$ m. Encontrar:

- a) El instante en que las partículas A y B están en la misma posición.
- b) La distancia recorrida y el desplazamiento de A y de B desde su partida hasta encontrarse por segunda vez.
- c) El intervalo de tiempo en que la rapidez de la partícula A disminuye.

66. PC2 (20-2)

Un jugador de fútbol patea un balón desde una cierta altura del suelo. La pelota en el aire describe una trayectoria parabólica, como se aprecia en la figura. El punto B es el punto de mayor altura de la pelota.

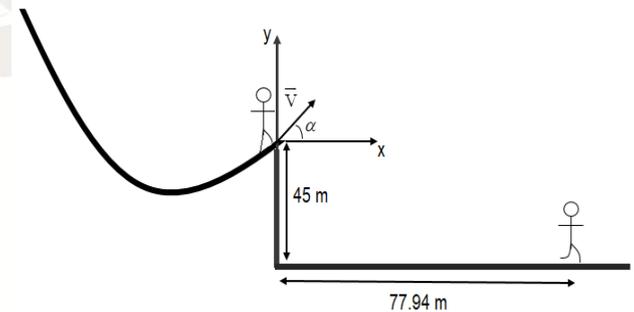


Elija la alternativa correcta:

- a) En el punto B La aceleración es nula.
- b) El módulo de la aceleración en el punto A es menor que el módulo de la aceleración en el punto B.
- c) El ángulo formado por la velocidad y la aceleración normal en el punto A es obtuso.
- d) El producto escalar (producto interno) de la aceleración y la velocidad en el punto A es negativo.
- e) El módulo de la aceleración tangencial es mayor en el punto B que en el punto A.

67. PC2 (20-2)

Un patinador desciende por una rampa y al finalizar la rampa alcanza una rapidez de 45 m/s. Después de moverse libremente, alcanza la posición mostrada en la figura use $g = 9,8$ m/s². Redondear sus respuestas finales hasta con 2 decimales.



¿En cuál de las afirmaciones siguientes son verdaderas?

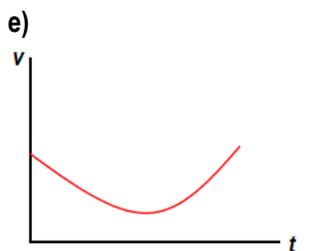
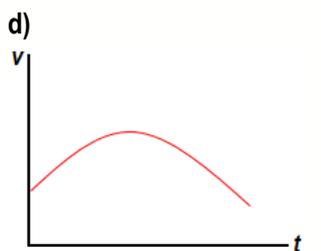
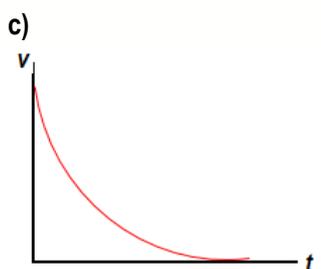
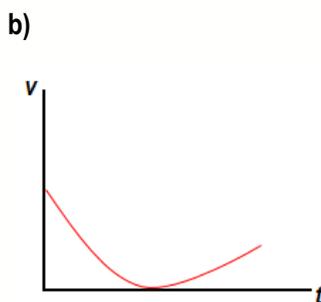
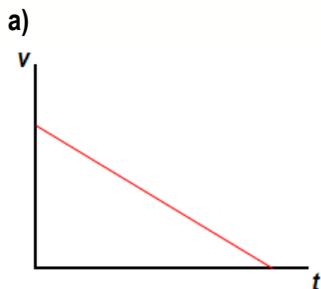
- I. El tiempo del patinador en el aire es de $9,97$ s
- II. El módulo de la aceleración normal en el instante en que deja de tener contacto con la rampa ($t = 0$ s) es g cosa.
- III. La velocidad de impacto con el piso es $(7.81; 30.28)$ m/s

Seleccione una:

- a) Solo I
- b) Solo I y III
- c) Solo II
- d) Solo III
- e) Solo I y II

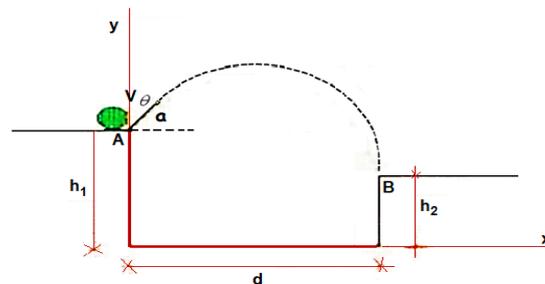
68. PC2 (20-2)

En un partido de fútbol, el arquero patea la pelota desde el suelo con un ángulo θ agudo con respecto a la horizontal. **Mientras la pelota está en el aire**, cuál de las siguientes gráficas describe la **rapidez** V de la pelota a lo largo del tiempo t . Desprecie la resistencia del aire.



69. PC2 (20-2)

Una partícula se lanza desde el punto A con una velocidad de rapidez V_0 y formando un ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura. Luego de haber transcurrido t segundos la partícula llega al punto B. Donde $h_1 > h_2$



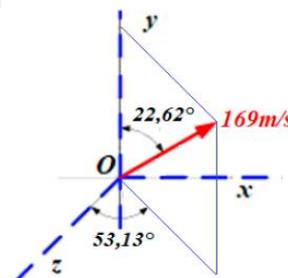
Elija la alternativa correcta:

Eleccione una:

- a) La componente horizontal de la velocidad depende de h_1 .
- b) La rapidez en A y en B son iguales.
- c) En algún instante, mientras la partícula esta en el aire, su velocidad es nula.
- d) El módulo de la velocidad es constante en todo el movimiento.
- e) El desplazamiento de la partícula en el eje vertical depende de V , α , t y la gravedad (g).

70. PC1 (20-1)

Desde el origen de coordenadas del sistema mostrado, se lanza un proyectil con rapidez inicial de 169 m/s y según los ángulos mostrados. Adicional a la aceleración de la gravedad, el movimiento se ve afectado por el aire con una aceleración constante $\vec{a} = (a_x; 0; a_z) \text{ m/s}^2$. El proyectil pasa por el punto P de coordenadas (765; 1070; 880) m y en dicho punto la componente vertical de la velocidad (V_y) es positiva. Determine la aceleración \vec{a} .

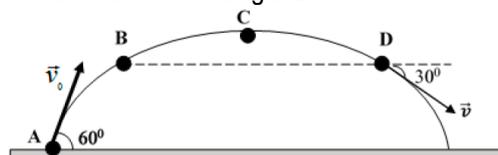


71. PC1 (20-1)

Un objeto es lanzado horizontalmente desde la azotea de un edificio de 78,40 m de altura, cuando toca el piso su velocidad forma 53,13 grados con la vertical, ¿con qué rapidez fue lanzado el objeto?

72. PC1 (20-1)

Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de magnitud v_0 haciendo un ángulo de 60° con la horizontal tal como se muestra en la figura.

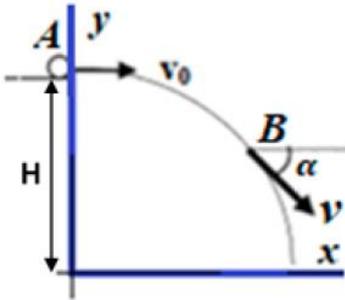


¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. El módulo de la aceleración normal es máximo en C.
- II. El módulo de la aceleración en B y D es el mismo.
- III. La rapidez del proyectil en D es $V_0 \frac{\sqrt{3}}{3}$

73. PC1 (20-1)

Una pelota es lanzada con rapidez v_0 horizontalmente desde una altura H y t segundos después pasa por el punto B con rapidez v formando un ángulo α con la horizontal a una altura $H/2$ del suelo, como se muestra en la figura.

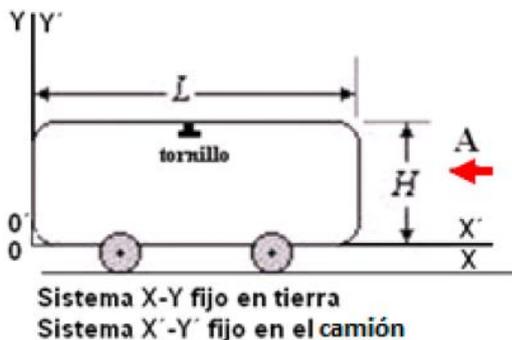


Seleccione una:

- a) La velocidad tiene modulo constante en todo instante
- b) La componente vertical de la velocidad en B es gt
- c) El movimiento de la pelota en el eje X e con aceleración constante y en el eje "y" es velocidad constante
- d) En el punto B, el módulo de la aceleración tangencial es g
- e) En B, la suma del vector aceleración normal con el vector aceleración tangencial es igual al vector aceleración de la gravedad.

74. PC1 (20-1)

Un tornillo está ubicado en el centro del techo de un camión. El camión tiene una aceleración constante de módulo A , horizontal hacia la izquierda y paralela al eje x . El tornillo se desprende justo en el instante mostrado en la figura, en el que el camión tiene velocidad horizontal hacia la derecha de módulo V . La altura del camión es H y su longitud es L . Determine cuál trayectoria del tornillo para un observador en tierra es la correcta. El sistema $X-Y$ corresponde a un observador en tierra y el sistema $X' - Y'$ para un observador dentro del camión.



75. PC1 (20-1)

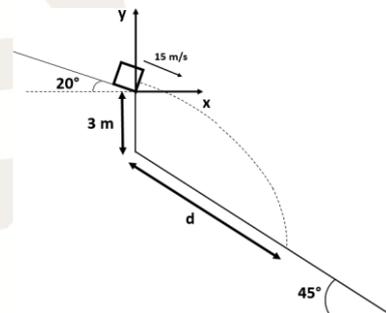
Un proyectil es lanzado desde el suelo con rapidez V_0 formando un ángulo θ con la horizontal, donde la aceleración es la gravedad. Elija la alternativa incorrecta:

- a) En el punto más alto de la trayectoria la velocidad es nula.
- b) La rapidez con que llega al suelo es igual a V_0
- c) Mientras el proyectil esta de subida la rapidez disminuye.
- d) El tiempo de subida es directamente proporcional al seno del ángulo de lanzamiento.
- e) Para ángulos de lanzamiento complementarios, el alcance es el mismo

76. PC1 (20-0)

Un bloque resbala por un plano inclinado que forma un ángulo de 20° con la horizontal, y abandona dicha superficie con rapidez 15 m/s e impacta sobre una superficie inclinada 45° con la horizontal tal como muestra la figura. Determine:

- a) El tiempo de impacto del bloque sobre la superficie inclinada y la distancia d sobre el plano inclinado.
- b) El valor de la aceleración tangencial y el ángulo que forma el vector aceleración con el vector velocidad, para la mitad del tiempo encontrado en a).
- c) La velocidad del bloque cuando impacta sobre el plano inclinado.



77. PC1 (19-2)

En la final de la Champions League del 2018, Gareth Bale volante del Rea Madrid de España marcó un gol al Liverpool de Inglaterra, proporcionando a la pelota un movimiento de proyectil (conocido en el mundo futbolístico como "una chalaca"). Las consideraciones físicas, a partir de los datos de los comentaristas deportivos, fueron:

Rapidez del balón: $13,5 \text{ m/s}$

Ángulo respecto a la horizontal: 20°

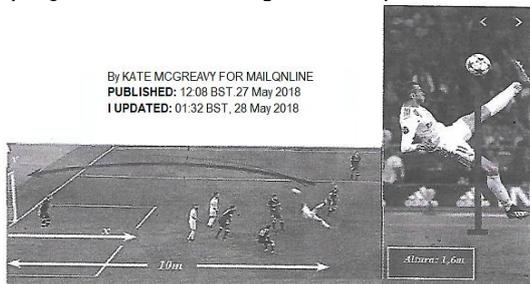
Altura a la que Bale impacto el balón (respecto al piso): $1,6 \text{ m}$

Distancia entre el arco y el punto de impacto del balón: 10 m Asumiendo la pelota se mueve en el plano del sistema de coordenadas $x - y$ con su origen según la figura se pide calcular:

- a) La altura, respecto del piso, con que ingresó el balón al arco,
- b) La velocidad con la que ingresó.

Tomando en cuenta las consideraciones físicas, si en el momento que el balón alcanza su altura máxima comienza a soplar un viento que proporciona una aceleración adicional de $(-2; 2) \text{ m/s}^2$ y sabiendo que la altura del arco es $2,44 \text{ m}$

c) ¿Bale convertiría el gol? Justifique



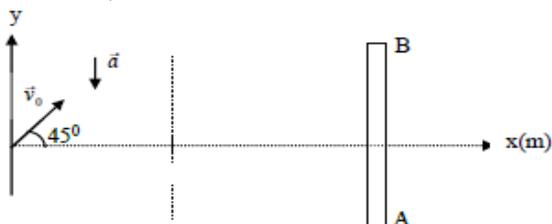
78. PC1 (19-2)

Un proyectil es lanzado al aire desde el piso con una velocidad inicial V_0 , bajo un ángulo inicial de 53° . Transcurridos 4 s , la velocidad forma 37° sobre la horizontal. Considere un sistema de coordenadas $x - y$ con el origen en el punto de lanzamiento.

- Hallar la velocidad inicial.
- Hallar la posición donde el proyectil toca tierra y con qué velocidad lo hace.
- Hallar la ecuación de la trayectoria del proyectil

79. PC1 (19-1)

En la figura se muestra a una partícula que es disparada con una velocidad de $|v_0| = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ contra una pantalla muy grande AB ubicada en $x = 20 \text{ m}$. De $x = 0 \text{ m}$ a $x = 10 \text{ m}$ sólo actúa una aceleración constante $a = -10 \text{ j m/s}^2$ y de $x = 10 \text{ m}$ a $x = 20 \text{ m}$ no hay aceleración, determine:



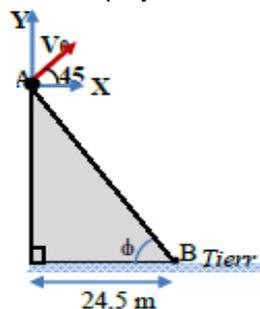
- ¿Cuánto tiempo le toma a la partícula llegar a la pantalla?
- ¿Cuál es la posición de la partícula para $x = 10$
- ¿Cuál es la velocidad de la partícula al chocar con la pantalla?

80. PC1 (19-1)

Un proyectil de 1 kg de masa es lanzada en $t = 0 \text{ s}$ desde el punto A con una velocidad que forma 45° respecto a la horizontal y con rapidez de $4,9\sqrt{2} \text{ m/s}$, tal como se muestra en la figura. Si el proyectil impacta en el punto B, determine:

- El ángulo ϕ del plano inclinado mostrado en la figura.

b) La trayectoria del proyectil.

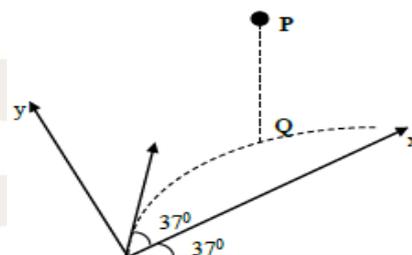


81. PC1 (19-1)

En la figura se muestra a un plano inclinado y un sistema de referencia. Desde el origen de coordenadas mostrado se lanza un proyectil con una rapidez inicial de 50 m/s y formando un ángulo de 37° con el eje x de la figura.

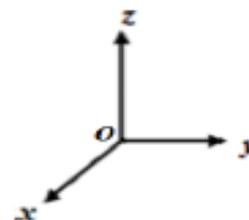
Para evitar que el proyectil impacte en el plano inclinado, en el mismo instante que se dispara el proyectil se suelta una bomba desde el punto P, de modo que impacte al proyectil en el punto Q. Se sabe que la bomba recorre una distancia de 19.6 m hasta llegar a Q.

- ¿Cuáles son las coordenadas del punto Q?
- ¿De no impactar al proyectil donde caería la bomba? Dar las coordenadas del punto de impacto sobre el plano.



82. PC1 (19-1)

Se tienen dos proyectiles afectados por la gravedad, el proyectil 1 inicia su movimiento desde el punto de coordenadas $(3; 4; 0) \text{ m}$ y velocidad inicial $(4; 3; v_{0z}) \text{ m/s}$ con v_{0z} por determinar, mientras que el proyectil 2 empieza su movimiento desde un punto con coordenadas por determinar con velocidad inicial $(7; 24; 0) \text{ m/s}$.



Si se sabe que los 2 proyectiles empiezan su movimiento en forma simultánea, considerando que el proyectil 1 logra su altura máxima de vuelo en $t = 1,25 \text{ s}$ y teniendo en cuenta que ambas partículas colisionan en $t = 5 \text{ s}$, se pide según el Sistema de Coordenadas mostrado:

- Las coordenadas del punto de colisión
- Las coordenadas del punto de inicio del movimiento del proyectil 2.

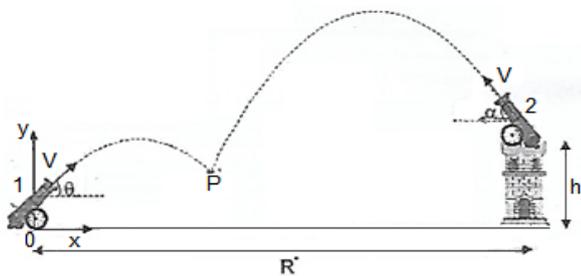
83. PC1 (19-0)

Se tienen dos cañones idénticos dispuestos como lo indica la figura. Ambos disparan proyectiles de igual rapidez inicial V_0 y se disparan simultáneamente de modo que los proyectiles disparados colisionan en el punto P de coordenada $(225, 88; 6)$. considere a los cañones puntuales.

Se sabe que: $V_0 = 50 \text{ m/s}$, $\alpha = 53,13^\circ$ y $h = 20 \text{ m}$.

Para el sistema de coordenadas mostrado en la figura, se pide:

- El instante de tiempo cuando impacta los proyectiles.
- La distancia R que separa a los cañones.
- La ley de movimiento del proyectil disparado por el cañón 2.
- El ángulo de disparo del cañón 1.
- Los vectores velocidad de ambos proyectiles en el punto de encuentro P .



84. PC1 (19-0)

Un proyectil es lanzado desde el piso con velocidad $\vec{v}_0 = (3; 3\sqrt{3}; 8) \text{ m/s}$, en el momento en que alcanza su altura máxima, empieza a soplar un viento, el cual le imprime al proyectil un aceleración adicional constante $(a_x; a_y; 0)$, de tal forma que el proyectil vuelve a caer en el punto inicial de lanzamiento.

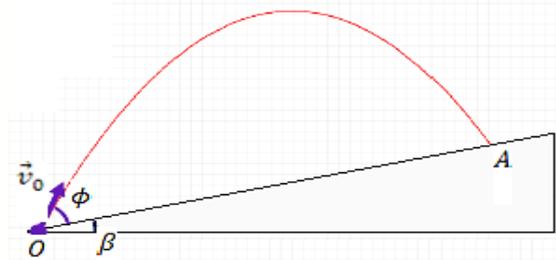
- ¿Qué tiempo dura el movimiento?
- Determine el vector aceleración del viento.
- Determine el vector velocidad con la que toca el proyectil a tierra.

85. EX1 (18-2)

Una partícula recibe una velocidad inicial de magnitud v_0 a un ángulo ϕ sobre la superficie de una rampa que, a la vez, está inclinada β grados sobre la horizontal (ver figura)

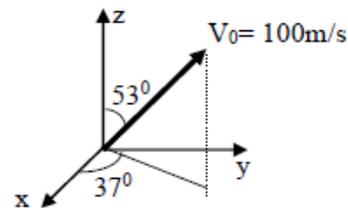
- Calcule la distancia sobre la rampa desde el punto de lanzamiento hasta donde el objeto golpea la rampa.
- Determinar el tiempo cuando alcanza la altura máxima.
- ¿Qué ángulo forma la velocidad y la aceleración en el punto de altura máxima?

Responda en término de v_0, g, ϕ y β



86. PC1 (18-2)

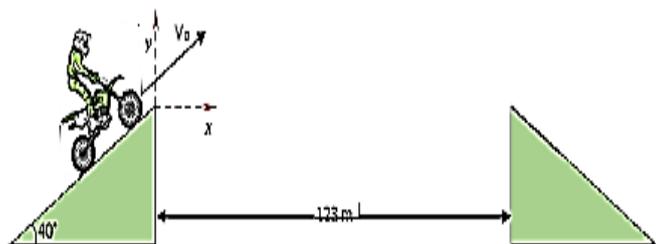
Un proyectil es lanzado al aire con una velocidad inicial de 100 m/s en un lugar donde sopla un viento, el cual le imprime una aceleración adicional de tal manera que la aceleración total es $\vec{a} = (4, 9; -4, 9; -9, 8) \text{ m/s}^2$



- El tiempo en que logra su altura máxima.
- La posición donde cae el proyectil sobre el plano $x-y$
- El vector velocidad en el punto de altura máxima.

87. PC1 (18-1)

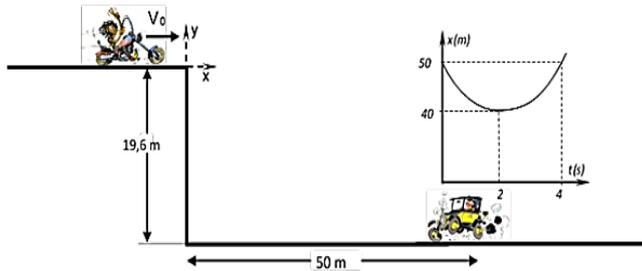
Un motociclista presenta en un circo su máxima acrobacia que consiste en saltar de una rampa que forma un ángulo de 40° con la horizontal a una segunda rampa, que está a la misma altura y a una distancia horizontal de 123 m como se muestra en la figura. Desprecie la resistencia del aire y considere la motocicleta como una partícula. Para el sistema de coordenadas mostrado, determine:



- La rapidez mínima del motociclista para realizar el salto con éxito.
- El vector posición $\vec{r}(t)$ del motociclista para cualquier instante de tiempo.
- El vector velocidad cuando alcanza la altura máxima.
- Si el ángulo de inclinación de la rampa hubiera sido 60° y usando la misma rapidez hallada en a), ¿hubiera realizado el salto con éxito? Justifique su respuesta.
- La altura respecto al origen de coordenadas a la que se encuentra el motociclista en $t = 3,0 \text{ s}$.

88. PC1 (18-1)

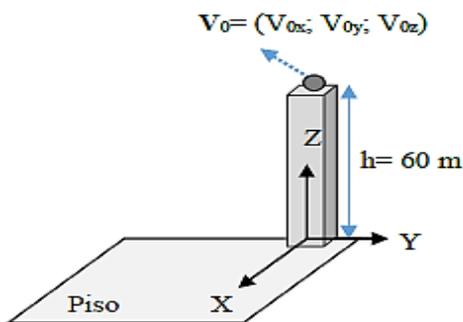
Un motociclista salta horizontalmente desde el borde de un acantilado, según se muestra con una rapidez v_0 desconocida. En el mismo instante del salto, la camioneta se mueve con aceleración constante cuya gráfica X vs t se indica en la figura. La distancia horizontal recorrida por el motociclista hasta llegar al piso es 50 m. Para el sistema de referencia de la figura, determinar:



- La ley de movimiento de la camioneta para cualquier instante de tiempo.
- La rapidez inicial del motociclista.
- El vector posición $\vec{r}(t)$ del motociclista.
- La velocidad de impacto del motociclista con el piso.
- La distancia entre ellos en el instante que el motociclista impacta con el piso.

89. PC2 (18-1)

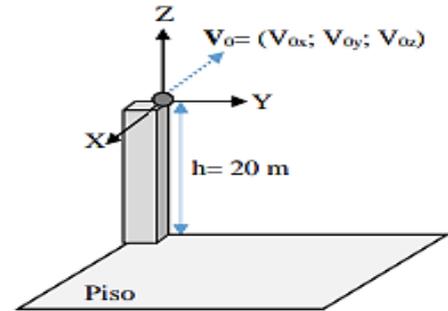
Se lanza un proyectil desde lo alto de un edificio con una velocidad inicial v_0 desconocida en $t = 0$ s, y su movimiento hasta el piso lo hace con aceleración constante $a = (2 \text{ m/s}^2; -4 \text{ m/s}^2; -10 \text{ m/s}^2)$. El proyectil demora 6 segundos en llegar al piso desde que fue lanzado, y cuando impacta en el piso, las componentes X e Y de su posición son: 48 m y -102 m respectivamente. Determine:



- La ley de movimiento del proyectil para todo instante de tiempo.
- La altura máxima respecto al piso que alcanza el proyectil.
- Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 5$ s. Expresar los vectores de acuerdo al sistema de coordenadas XYZ mostrado en la figura.
- Si la rapidez aumenta o disminuye en $t = 5$ s. Justifique su respuesta

90. PC2 (18-1)

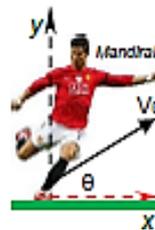
Se lanza un proyectil desde lo alto de un edificio con una velocidad inicial V_0 desconocida en $t = 0$ s, y su movimiento hasta el piso lo hace con aceleración constante $a = (3 \text{ m/s}^2; 2 \text{ m/s}^2; -8 \text{ m/s}^2)$. El proyectil demora 5 segundos en llegar al piso desde que fue lanzado, y cuando impacta en el piso, las componentes X e Y de su posición son: 50 m y 40 m respectivamente. Determine:



- La ley de movimiento del proyectil para todo instante de tiempo.
- El tiempo en que el proyectil alcanza su altura máxima con respecto al piso.
- Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 4$ s. Expresar los vectores de acuerdo al sistema de coordenadas XYZ mostrado en la figura.
- Si la rapidez aumenta o disminuye en $t = 4$ s. Justifique su respuesta.

91. PC1 (18-1)

El gol más rápido registrado en la historia del fútbol es del Turco Hami Mandirali, quien anotó este gol "inhumano" que llevó una velocidad inicial V_0 disparado con un ángulo desconocido como se muestra en la figura. El balón desde el lanzamiento alcanzó horizontalmente una distancia de 112 m en 1,5 s. Si solo consideramos la acción de la gravedad en todo el movimiento, para el sistema de coordenadas que se muestra determine:



- El módulo de la velocidad inicial del balón en km/h.
- El vector posición $r(t)$ para cualquier instante de tiempo.
- El vector velocidad de impacto del balón con el césped en m/s.
- La altura máxima en metros que alcanza el balón.
- La rapidez mínima que tiene el balón durante su movimiento.

92. PC1 (18-1)

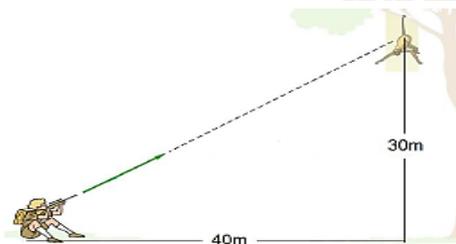
Un proyectil es disparado horizontalmente sobre un motociclista con una rapidez inicial de 50 m/s como se muestra en la figura. Desde el instante del disparo ($t=0s$), el motociclista se mueve con aceleración constante cuya gráfica posición versus tiempo se indica en la figura adjunta. Si el proyectil impacta sobre el motociclista, para el sistema de referencia de la figura determine:

- La ley de movimiento del motociclista para cualquier instante.
- La altura h de donde fue disparado el proyectil.
- El vector posición $r(t)$ del proyectil.
- La velocidad de impacto del proyectil sobre el motociclista.
- El desplazamiento del motociclista desde el instante del disparo hasta el momento del impacto.

93. PC2 (18-0)

Una cazadora dispara un dardo apuntando a un mono que se encuentra en la rama de un árbol a 30m de altura del suelo, según se muestra en la figura. En el instante que la cazadora dispara el dardo, el mono se deja caer. Considere a la cazadora y al mono puntuales, y que el dardo sale desde el suelo. Si el mono es impactado por el dardo cuando el mono está a punto de tocar el suelo, determine:

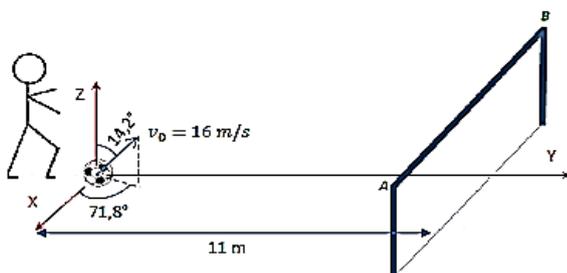
- La posición y velocidad para todo instante del mono.
- La posición y velocidad para todo instante del dardo.
- La velocidad del dardo respecto al mono, cuando el dardo está en el punto más alto de su trayectoria.



94. PC2 (18-0)

En la figura se muestra el instante inicial cuando un jugador experto de fútbol patea un penal, y coloca la pelota en la esquina A. La rapidez inicial de la pelota es 16 m/s. Determine:

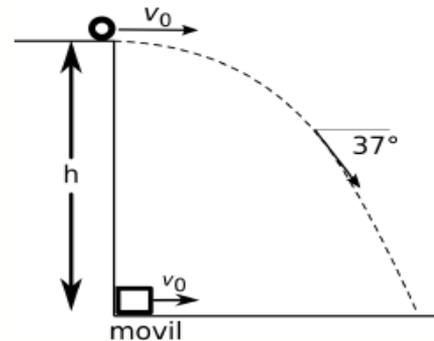
- El tiempo cuando llega la pelota al punto A.
- Las dimensiones del arco.
- La componente de la aceleración sobre la velocidad en el instante que el balón se encuentra en el punto A.



95. PC1 (17-2)

Desde un acantilado de altura h se lanza un proyectil horizontalmente con velocidad inicial cuyo módulo es v_0 . Después de 2s el proyectil tiene una velocidad que forma un ángulo de 37° con la horizontal, tal como se muestra en la figura.

- Determinar la velocidad inicial del proyectil
- En $t = 2s$, encontrar la aceleración tangencial.
- En el mismo instante que se lanza el proyectil, de la base del acantilado parte un móvil, con velocidad v_0 . Si se desea que el móvil sea impactado por el proyectil, deberá: ir a velocidad constante, uniformemente acelerado, uniformemente desacelerado, o faltan datos para responder. Justifique brevemente su respuesta.

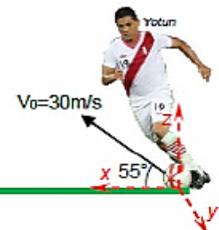


96. PC1 (17-2)

Desde una altura de 6 m sobre el origen de coordenadas se lanza una pelota con una velocidad de 1 m/s y un ángulo de 53° respecto de la horizontal. Simultáneamente un acróbata salta desde el origen de coordenadas con una velocidad v_0 y un ángulo θ_0 respecto de la horizontal. El acróbata atrapa la pelota a un nivel de 2 m sobre el origen de coordenadas. Determinar v_0 y θ_0 .

97. PC1 (17-1)

Un jugador de fútbol patea la pelota con una velocidad inicial sobre el plano XZ de 30 m/s con un ángulo de elevación de 55° con la horizontal como se muestra en la figura. En el aire, la pelota es arrastrada por el viento con una aceleración adicional constante $a_{\text{viento}} = (1; -2; 0) \text{ m/s}^2$. Considerando que la pelota es pateada desde el origen de coordenadas en el instante $t=0$, determine:

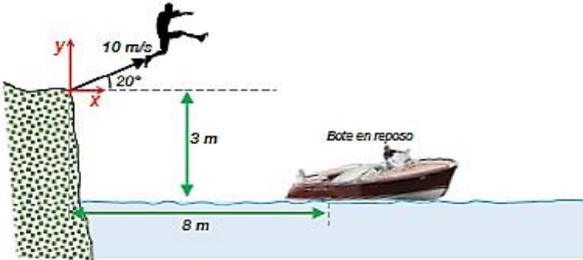


- La ley de movimiento de la pelota en función del tiempo para el sistema mostrado en la figura.
- El desplazamiento de la pelota hasta el instante que la pelota impacte con el suelo.
- La velocidad de la pelota cuando este alcanza la altura máxima.

98. PC1 (17-1)

Un atleta que practica saltos de longitud, deja el suelo a 20° por arriba de la horizontal con una rapidez de 10 m/s como se muestra en la figura.

En el instante que el atleta inicia el salto, la lancha que se encuentra inicialmente en reposo, acelera en la dirección $+x$ con una aceleración desconocida. Si sobre el atleta solo actúa el valor de la gravedad terrestre en el eje vertical y consideramos el instante $t=0 \text{ s}$ en el momento que inicia el salto, determine:



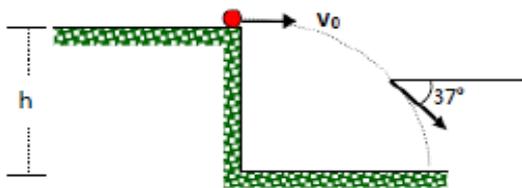
- La ley de movimiento del atleta.
- Los vectores velocidad y aceleración del atleta en el instante $t=0.5 \text{ s}$.
- La aceleración de la lancha si el atleta cae sobre la lancha (considere a la lancha puntual)
- La distancia entre el atleta y la lancha en el instante que el atleta toca el agua si ahora la aceleración de la lancha es de 6 m/s^2

99. PC1 (17-1)

Desde una altura h se lanza un proyectil horizontalmente con velocidad inicial cuyo modulo es V_0 .

Después de 3 s el proyectil tiene una velocidad que forma un ángulo de 37° con la horizontal, tal como se muestra en la figura. Responda las siguientes preguntas:

- Cuál es la velocidad inicial V_0 del proyectil?
- Si al tocar el piso el proyectil logro un alcance horizontal de 49 m ¿Desde qué altura h se lanzó el proyectil?

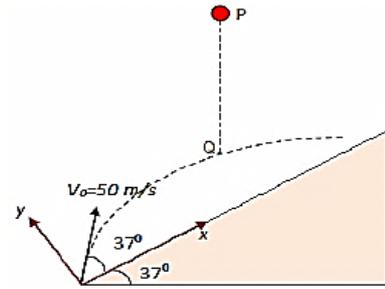


100.PC1 (17-1)

En la figura se muestra a un plano inclinado y un sistema de referencia. Desde el origen de coordenados mostrado se lanza un proyectil con una rapidez inicial de 50 m/s y formando un ángulo de 37° con el eje x de la figura.

- ¿A qué distancia del origen de coordenados caerá el proyectil sobre el plano inclinado?
- Para evitar que el proyectil impacte en el plano inclinado, en el mismo instante que se dispara el proyectil se suelta una boba desde el punto P , de modo que impacte al proyectil en el punto Q . Se sabe que la bomba recorre una distancia de $19,6 \text{ m}$ hasta llegar a Q .

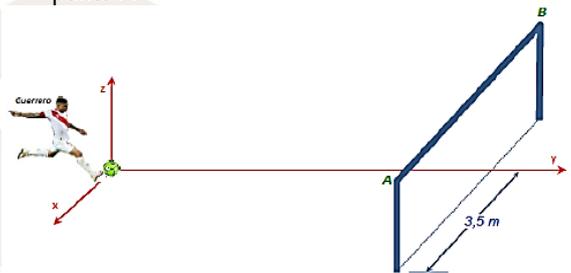
- ¿Cuál es la velocidad del proyectil y de la bomba en el momento del impacto?



101.PC1 (17-1)

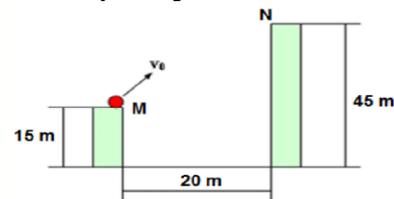
Un arco de fútbol tiene $7,32 \text{ m}$ de ancho y $2,4 \text{ m}$ de altura. El punto de tiro penal se encuentra a $9,15 \text{ m}$ de la línea del arco. Un jugador experto al patear el penal hace que la pelota llegue a la esquina A en un tiempo de 4 s . (Use el sistema de referencia mostrado, $g=9.8 \text{ m/s}^2$)

- ¿Cuál es el vector velocidad inicial del balón para que llegue a la esquina A ?
- Con que rapidez llega la pelota al punto A ?
- Cuando llega al punto A , ¿la pelota está bajando o subiendo?
- Determine la componente de la aceleración sobre la velocidad en el instante que el balón impacta en el punto A



102.PC2 / 17 - 0

Una pelota es lanzada desde el punto M y luego de $2,0 \text{ s}$ golpea un muro en el punto N . Determine la rapidez con que fue lanzada y el ángulo de lanzamiento.

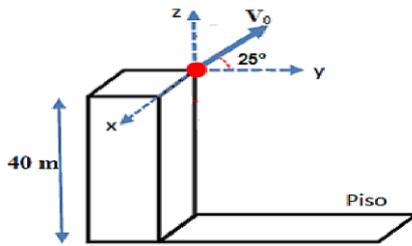


103.PC1 / 17 - 0

Un proyectil es lanzado desde lo alto de un edificio de 40 m de altura con una rapidez inicial de 25 m/s . La velocidad inicial del proyectil se encuentra en el plano $Y-Z$ y forma un ángulo de 25° con el eje Y , tal como se muestra en la figura. En el medio ambiente donde se mueve el proyectil hay una corriente de aire en todo su movimiento que le imprime una aceleración adicional a la de la gravedad, de tal manera que la aceleración total que actúa sobre el proyectil es $a(t)=(1; -t; -9,8) \text{ m/s}^2$ hasta que hace contacto con el piso. Determine:

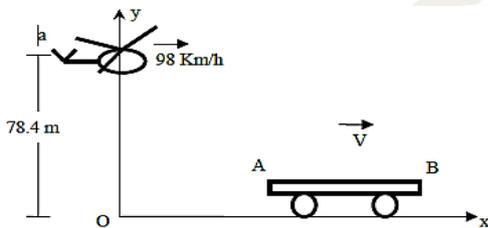
- La altura máxima respecto al piso que alcanza el proyectil.

- b) La posición del proyectil cuando impacta en el piso.
 c) Para $t = 2$ s determine la aceleración tangencial del proyectil e indique si está siendo acelerada o frenada en ese instante. Justifique su respuesta.



104.PC1 (16-2)

En una exhibición aérea un helicóptero viaja a una altura de 78,4 m con una velocidad horizontal constante de 98 Km/h. Cuando se encuentra a 140 m de la parte trasera de una plataforma de 3m de longitud que se mueve con velocidad V , se suelta un paquete del helicóptero. (Considere que la altura de la plataforma es despreciable) (Ver figura).

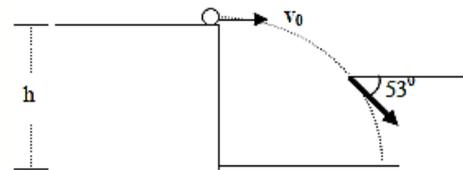


- Si describimos el movimiento del paquete, respecto a un sistema de coordenadas O cuyo origen se encuentra en el piso, justo debajo del helicóptero cuando lanza el paquete. Hallar el vector posición del paquete respecto a O .
- Con respecto al mismo sistema de coordenadas, escribir el vector posición de la parte delantera A y trasera B de la plataforma.
- ¿Cuál debe ser la velocidad V de la plataforma para que el paquete caiga en la posición A ?
- ¿Cuál debe ser la velocidad V de la plataforma para que el paquete caiga en la posición B ?
- ¿En qué rango de velocidades debe estar la velocidad V , para que el paquete caiga encima de la plataforma?

105.PC1 (16-2)

Desde una altura h se lanza un proyectil horizontalmente con velocidad inicial cuyo módulo es v_0 . Después de 2s el proyectil tiene una velocidad que forma un ángulo de 53° con la horizontal, tal como se muestra en la figura. Responda las siguientes preguntas:

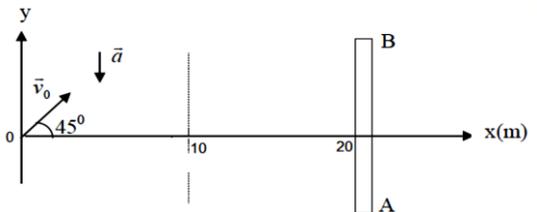
- ¿Cuál es la velocidad inicial v_0 del proyectil?
- Si al tocar el piso el proyectil logra un alcance horizontal de 60m ¿Desde qué altura h se lanzó el proyectil?
- ¿Qué velocidad tiene el proyectil justo antes de tocar el piso?
- ¿Cuál es su aceleración tangencial justo antes de tocar el piso?



106.PC1 (16-2)

Una partícula se mueve sobre un plano horizontal XY . La partícula es disparada desde el origen de coordenadas con velocidad $v_0 = 10$ m/s contra una pantalla AB muy larga ubicada en $x = 20$ m, como se muestra en la figura. Desde $x = 0$ hasta $x = 10$ m, actúa una aceleración constante de $(0; -10)$ m/s². Desde $x = 10$ hasta $x = 20$ no hay aceleración. Determine:

- La posición donde golpea la pantalla.
- La rapidez con que golpea la pantalla.



107.PC1 (16-2)

Un niño encesta una zanahoria en una canasta en el suelo, lanzándola ($t = 0$) desde una altura de 1,0 m sobre el suelo, con velocidad inicial de 5 m/s que forma un ángulo de 30° con la horizontal, como se muestra en la figura. En el mismo instante inicial ($t = 0$) un conejo junto al niño corre desde el reposo tras la zanahoria con aceleración constante desconocida, llegando a la canasta junto con la zanahoria. Determine:

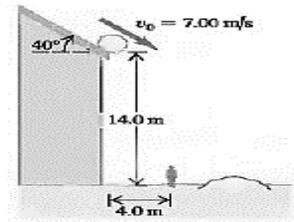
- La ley de movimiento de la zanahoria y el conejo para todo instante, respecto a tierra.
- La velocidad de la zanahoria respecto al conejo en el instante que la zanahoria está en el punto más alto del suelo.
- La componente tangencial de la aceleración en el instante que la zanahoria va a tocar la canasta, respecto a tierra.



108.PC1 (16-2)

Se lanza una pequeña bola de papel contra una pared de manera que rebota y cae dentro de un tacho que se encuentra sobre el piso a una distancia horizontal de ella. La pelota se lanza con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = (5\hat{i} + 2\hat{j})$ m/s a 1,0 m sobre el piso y desde una distancia horizontal de 2 m de la pared. Cuando la bola de papel impacta con la pared, la componente horizontal de su velocidad se invierte y se reduce al 25% de su valor mientras que su componente vertical se hace cero. (Considerar $g=10$ m/s²).

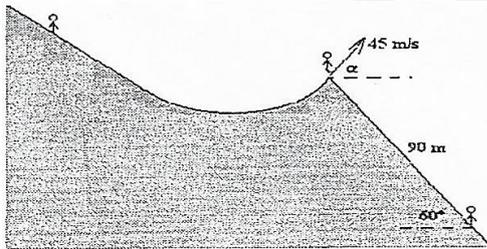
- Plantear las ecuaciones paramétricas del movimiento $x(t), v_y(t)$ e $y(t)$ para la bola de papel tomando el origen de coordenadas en el punto de lanzamiento.
- ¿Cuánto tiempo tarda en impactar la pared? ¿a qué altura respecto al piso?
- Considerando que el tacho se puede considerar como un punto ¿a qué distancia horizontal respecto a la pared está colocado?



109.PC2 / 16 – 1

Un patinador desciende por una pista, al finalizar la pista sale con una velocidad de 45 m/s con un ángulo α desconocido con la horizontal desde lo alto de una ladera recta de 60° respecto de la horizontal. El patinador toca la ladera a 90 m más abajo medidos a los largo de la ladera. Determine:

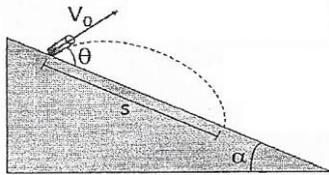
- El ángulo (o los ángulos) α que debe formar su vector velocidad inicial con la horizontal.
- El tiempo que ésta en el aire.
- La componente tangencial de la aceleración en el instante $t/2$. Siendo t el valor hallado en b).



110.PC2 / 16 – 1

En la figura se muestra a un cañón que está apoyado sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Desde el cañón se dispara un proyectil que forma un ángulo θ con el plano. Halle:

- La distancia S sobre el plano.
- La rapidez del proyectil en el punto justo antes de tocar el plano.



111.PC2 / 16 – 1

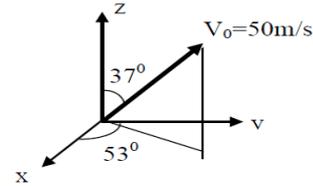
Una bola de nieve rueda por el techo inclinado de 40° con la horizontal, de una casa. El borde del techo se encuentra a 14 m del piso, y la bola de nieve deja el techo con una rapidez de 7 m/s . Halle:

- La distancia a la que impacta la bola de nieve en el suelo, con respecto a la pared de la casa.
- La aceleración tangencial a una altura de 5 m del piso.
- La ecuación de la trayectoria seguida por la bola de nieve.
- Un hombre de 1,6 m de altura está parado a 4 m del borde de la pared, determine la velocidad de la bola de nieve justo cuando está sobre su cabeza.

112.PC2 / 16 – 1

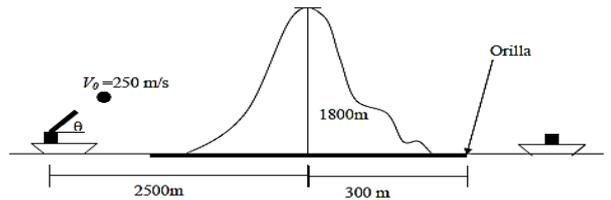
Un proyectil es lanzado al aire con una velocidad inicial de 20m/s en un lugar donde sopla un viento, el cual le imprime una aceleración adicional a la gravedad de $\vec{a} = (t+1; 4t; 0)\text{ m/s}^2$ determine:

- La posición en que logra su altura máxima.
- La velocidad cuando el proyectil toca tierra.



113.PC2 / 16 – 1

Un barco se encuentra a 2 500 m del pico de una montaña de 1 800 m de altura, dispara proyectiles con una rapidez $V_0 = 250\text{ m/s}$ contra un barco que se encuentra al otro lado de la isla, como se muestra en la figura. Asuma que los proyectiles salen desde la altura del mar.

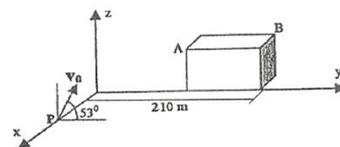


Coloque el origen del sistema de coordenadas sobre el barco (partícula) que dispara los proyectiles y escriba la ley de movimiento del proyectil en coordenadas X-Y, en función de θ . Calcule los ángulos de tiro θ para que los proyectiles pasen **justo** por encima de la montaña.

114.PC2 / 16 – 1

Desde el punto P se lanza una bola con una velocidad de módulo 50 m/s y dirigida paralela al plano y-z. El viento sopla perpendicular a ese plano y le comunica a la bola una velocidad constante igual a $-10\hat{i}\text{ m/s}$. Si la bola pasa rozando los puntos A y B del edificio que muestra la figura, se pide:

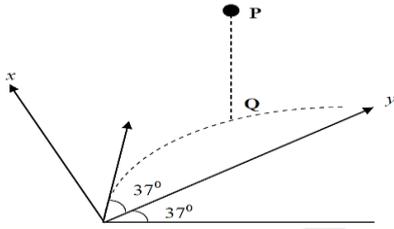
- Determinar el tiempo que demora la bola en pasar por el punto B.
- Determinar la altura del edificio.
- Determinar la ubicación del punto P.
- Determinar las dimensiones del edificio.



115.PC2 / 15 – 2

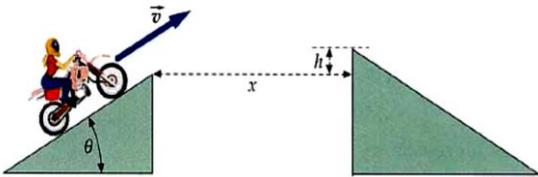
En la figura se muestra a un plano inclinado y un sistema de referencia. Desde el origen de coordenados mostrado se lanza un proyectil con una rapidez inicial de 50 m/s y formando un ángulo de 37° con el eje x de la figura.

- ¿A qué distancia del origen de coordenados caerá el proyectil sobre el plano inclinado?
- Para evitar que el proyectil impacte en el plano inclinado, en el mismo instante que se dispara el proyectil se suelta una bomba desde el punto P, de modo que impacte al proyectil en el punto Q. Se sabe que la bomba recorre una distancia de 19.6 m hasta llegar a Q.
 - ¿Cuáles son las coordenadas del punto Q?
 - ¿Cuál es la velocidad del proyectil y de la bomba en el momento del impacto?



116.PC2 / 15 – 2

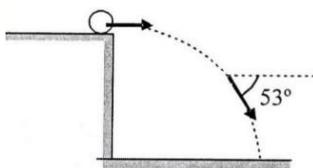
Una motociclista presenta en un circo su máxima acrobacia que consiste en saltar de una rampa que forma un ángulo θ con la horizontal a una segunda rampa, que está elevada una altura h por encima de la anterior y a una distancia horizontal x . Desprecie la resistencia del aire y considere la motocicleta como partícula puntual.



- Determinar la rapidez mínima necesaria para realizar el salto con éxito.
- Usando el resultado de la parte (a), determinar la rapidez que tiene la motocicleta al aterrizar.
- Usando el resultado de la parte (a), determinar la aceleración tangencial para todo instante.

117.PC1 / 15 – 2

Desde una altura h se lanza un proyectil horizontalmente con velocidad inicial cuyo módulo es V_0 . Después de 2.0s el proyectil tiene una velocidad que forma un ángulo de 53° con la horizontal, tal como se muestra en la figura.



Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la velocidad inicial V_0 del proyectil?
- En el instante mostrado, ¿Cuál es el ángulo que forma la velocidad con la aceleración del proyectil?

- En el instante mostrado, ¿Cuál es el valor de la aceleración normal y tangencial del proyectil?

Nota: Considere $g = 10\text{m/s}^2$.

118.PC1 / 15 – 2

Un niño suelta un globo desde el piso, el cual asciende verticalmente con velocidad constante de módulo V_0 . Debido al viento el globo adquiere una componente horizontal de velocidad $V_x = by$, donde "b" es una constante e "y" es la altura del globo medida desde el piso. Tomando el origen de coordenadas en el punto de partida del globo,

- Hallar la velocidad del globo $v(t)$ para todo instante.
- Hallar la posición del globo $r(t)$ para todo instante.
- Hallar la aceleración del globo $a(t)$ para todo instante.
- Hallar la componente tangencial de su aceleración en función de su altura "y".

119.PC1 / 11 – 2

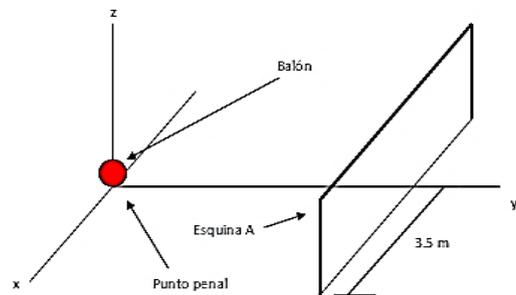
Un globo lleno de Helio que se encuentra inicialmente en reposo y a una altura de 50 metros está sujeto a una aceleración horizontal en el eje x , $a_x = 4t \text{ m/s}^2$ mientras que en el eje y no tiene aceleración. Si luego de 5 segundos el globo se revienta y cae solo con la aceleración de la gravedad.

- ¿Cuál es el desplazamiento desde el momento que inicia su movimiento hasta que llega al piso?
- Con que velocidad toca el piso.

120.PC1 / 14 – 1

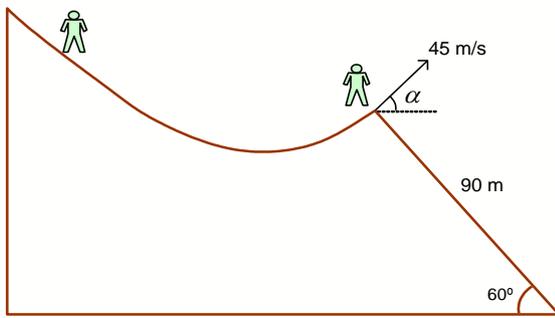
Un arco de fútbol tiene 7 m de ancho y 2,2 m de altura. El punto de tiro penal se encuentra a 9,15 m del arco. Un jugador experto en penales es capaz de patear el balón a una velocidad de 100 km/h. Se considera que la esquina superior derecha o izquierda es un punto inatajable para los arqueros.

- ¿Con qué ángulo respecto a la superficie horizontal debe patear un experto en penales el balón para que llegue a la esquina?
- ¿Qué tiempo le toma al balón llegar a la esquina?
- Halle el módulo de la velocidad del balón cuando este llega a la esquina.



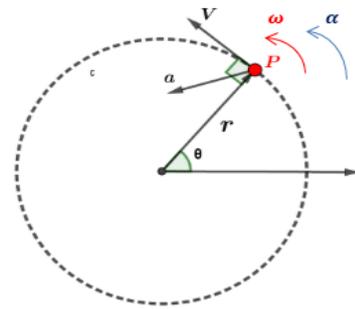
121.PC1 / 10 – 2

Un patinador desciende por una pista helada, alcanzando al finalizar la pista una velocidad de 45 m/s. En una competición de salto, alcanza 90 m a lo largo de una pista inclinada 60° respecto de la horizontal ($g = 10 \text{ m/s}^2$).



- ¿Cuál será el ángulo (o los ángulos) α que debe formar su vector velocidad inicial con la horizontal?
- ¿Cuánto tiempo tarda en aterrizar?
- Calcular y dibujar las componentes tangencial y normal de la aceleración en el instante $t/2$. Siendo t el tiempo de vuelo.

MOVIMIENTO CIRCULAR



Cantidades angulares:

Posición angular: θ (rad)

Velocidad angular: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (rad/s)

Aceleración angular: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ (rad/s²)

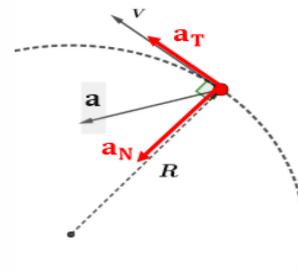
Cantidades lineales:

Vector posición: $\vec{r}(t) = (R \cos\theta, R \sin\theta)$

Velocidad angular: $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$ (m/s)

Aceleración angular: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt}$ (m/s²)

Componentes Normal y tangencial de la aceleración

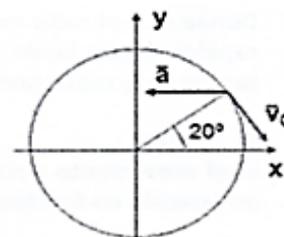


Aceleración tangencial: $a_T = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$

Aceleración normal: $a_N = \frac{v^2}{R}$

Aceleración: $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

PC1 (14-1) Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de 5m de radio. Si en el instante mostrado en la figura el módulo de su velocidad es de 15m/s y el vector aceleración es paralela al eje x. Determinar la aceleración normal y tangencial además, graficarlas sobre la trayectoria.



Solución

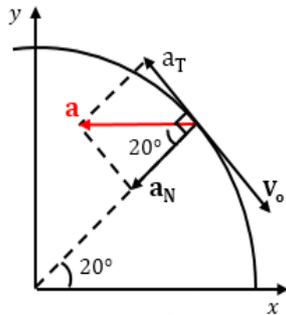
Con los datos del ejercicio planteamos:

$$a_N = \frac{V_0^2}{R} = 45 \text{ m/s}^2$$

Utilizando el gráfico:

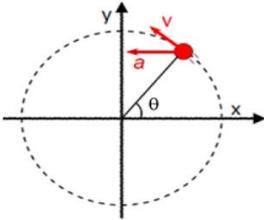
$$a_N = a \cos 20^\circ = 45 \\ \rightarrow a = 47.88 \text{ m/s}^2$$

$$a_T = a \sin 20^\circ \\ \rightarrow a_T = 16.38 \text{ m/s}^2$$



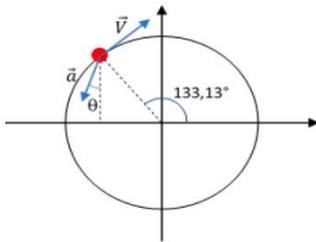
122.PC1 (20-1)

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio desconocido con aceleración angular constante. En el instante mostrado ($t = 1$ s), la rapidez es de 3 m/s, el ángulo $\theta = \pi / 3$ y la aceleración es paralela al eje x de módulo 3 m/s^2 . Encuentre el módulo de la aceleración normal para $t = 2$ s.



123.PC1 (20-1)

Una partícula está en movimiento circular con aceleración angular constante. La partícula se encuentra en la posición mostrada para $t = 2$ s, con rapidez desconocida y aceleración formando un ángulo θ con el eje y. Para el instante $t = 2$ s.



Seleccione una:

- La aceleración normal es paralela a la velocidad y la partícula disminuye su rapidez
- La partícula disminuye su rapidez y no se puede determinar el sentido de la aceleración normal
- La aceleración tangencial esta en el mismo sentido de la velocidad y la partícula disminuye su rapidez
- Ninguna de las alternativas.
- La aceleración tangencial esta Enel sentido opuesto a la velocidad y la partícula aumenta su rapidez

124.PC1 (20-1)

Una partícula se mueve en trayectoria circular y su velocidad angular viene dada por $\omega = -2 + t$, donde t viene dado en segundos. ¿Qué afirmación es correcta? Seleccione una:

- La partícula disminuye su rapidez para $t > 2$
- Ninguna de las alternativas
- El módulo de la aceleración tangencial para $t = 2$ s es cero
- La velocidad angular es constante para $t = 2$ s.
- A aceleración apunta al centro de la circunferencia para $t = 2$ s.

125.PC1 (20-1)

Una partícula se mueve sobre una circunferencia de radio $R = 2$ m, con la siguiente ley de movimiento angular.

$$\theta(t) = \frac{\pi}{2} - \pi t + \frac{\pi t^2}{4}$$

Donde t está en segundos y θ en radianes. ¿Qué afirmación es correcta? Seleccione una:

- La partícula esta disminuyendo su rapidez para $t = 3$ s.
- La partícula esta sobre el eje Y para $t = 3$ s.
- La partícula esta sobre el eje X para $t = 4$ s
- La aceleración es tangente a la trayectoria para $t = 2$ s.
- El módulo de la aceleración tangencial es cero para $t = 2$ s

126.PC1 (20-1)

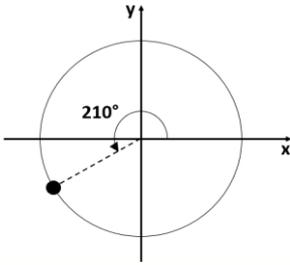
Una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio R, de acuerdo con la siguiente ley de movimiento angular: $\theta(t) = Qt^2 + Pt + Y$. Indique cual es la alternativa correcta:

- Si $Q < 0$ y $P > 0$, entonces la rapidez angular aumenta.
- Ninguna de las alternativas.
- Si $Q < 0$ y $P < 0$, entonces la rapidez angular disminuye.
- Si $Q > 0$ y $P = 0$, entonces el módulo de la aceleración normal es constante.
- Si $Q = 0$ y $P > 0$, entonces el módulo de la aceleración tangencial es diferente de cero.

127.PC1 (20-0)

La pelota mostrada en la figura se mueve sobre una superficie horizontal describiendo una trayectoria circular de radio 5 m. $At = 0$ s, la pelota se encuentra en la posición señala, siendo su velocidad para ese instante, $\vec{V} = (4; -3) \text{ m/s}$. Además, se sabe que para dicho instante, a pelota empieza a disminuir su rapidez con una aceleración tangencial de modulo constante de 6 m/s^2 . Determinar:

- El vector aceleración de la pelota para $t = 0$ s .
- La posición angular y velocidad angular para todo instante de tiempo.
- El instante de tiempo cuando se detiene la pelota.
- Grafique los vectores posición, velocidad y aceleración en el instante en que la pelota cruza por primera vez el eje x.



128.PC1 (19-2)

Una partícula se mueve en una trayectoria circular de 1 m de radio. Su posición angular está dada por,

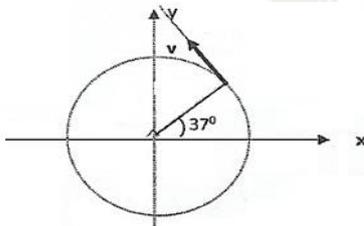
$$\theta(t) = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{8}t^2 \text{ donde } t \text{ está en } s \text{ y } \theta \text{ en rad.}$$

- Determine la velocidad angular y la aceleración angular para todo instante de tiempo.
- Determine en el instante $t = 0s$ los vectores velocidad y aceleración.
- Determine en el instante $t = 2s$ los vectores velocidad y aceleración.
- Para que intervalo de tiempo la rapidez aumenta y para que intervalo la rapidez disminuye, justifique.

129.PC1 (19-2)

La figura representa $t = 0s$ la velocidad de una partícula que se mueve en un círculo de 5 m de radio con $\omega = \pi \text{ rad} / s$ que permanece constante.

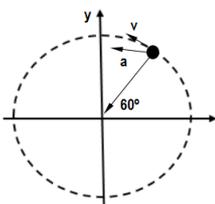
- Determine en el instante $t = 0s$ los vectores velocidad y aceleración en coordenadas $x - y$
- Determine en el instante $t = 1,5s$ los vectores velocidad y aceleración en coordenadas $x - y$



130.PC2 (19-0)

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio R desconocido con aceleración angular constante. En el instante $t = 0 s$ (mostrado en la figura) su aceleración es de módulo 15 m/s^2 y su rapidez es 3 m/s . Determinar:

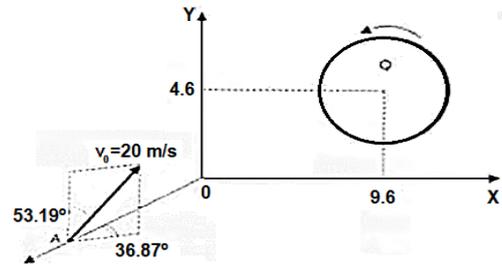
- Los valores del radio R y la aceleración angular.
- La posición angular y la velocidad angular para todo instante.
- Para $t = 0.5s$, dibujar los vectores posición, velocidad, aceleración tangencial y normal sobre la figura mostrada.



131.PC2 (19-0)

En un día de práctica de tiro con arco, una persona lanza flechas sobre un disco que gira y que tiene un agujero a la mitad de su radio ($R = 5 \text{ m}$). la intención de la persona es hacer pasar la flecha por el agujero que tiene el disco. Cuando el disco se encuentra en la posición mostrada, se dispara la flecha desde el punto A de coordenadas $(0; 0; 12,8) \text{ m}$ el disco gira en sentido antihorario con rapidez constante a razón de 8 vueltas en 2 segundos. Se pide hallar:

- El vector posición del agujero para todo instante de tiempo.
- El vector posición de la flecha para todo instante de tiempo.
- ¿La flecha logra pasar por el agujero? Justifique su respuesta.
- La velocidad de la flecha cuando llega al disco.



132.PC2 (18-2)

Una partícula se mueve en una trayectoria circular de 2m de radio. Su posición angular está dada por

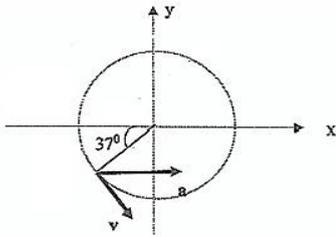
$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \pi t + \frac{\pi}{2} t^2, \text{ donde } t \text{ está en } s \text{ y } \theta \text{ en rad. Halle:}$$

- La velocidad angular y la aceleración angular de la partícula para todo instante de tiempo.
- El módulo de la velocidad y de la aceleración para $t=3s$.
- Para que intervalo de tiempo la rapidez aumenta y para que intervalo la rapidez disminuye, justifique.
- El ángulo que forma la aceleración y la velocidad en $t=1s$ y dibújelas sobre la trayectoria en ese instante.

133.PC2 (18-2)

La figura representa, en un instante dado, la aceleración y velocidad de una partícula que se mueve en MCUV en un círculo de 5m de radio. Si en ese instante la aceleración es paralela al eje xy el valor de la componente de la aceleración normal es de 4 m/s^2 , determine en ese instante:

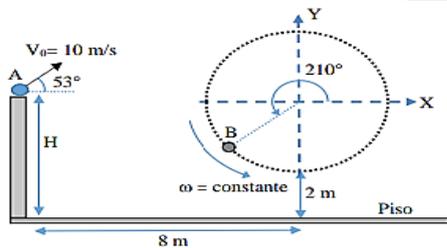
- El valor de los vectores aceleración y aceleración tangencial.
- El vector velocidad (utilice el sistema de coordenadas $x-y$ mostrado)
- La velocidad y aceleración angular.
- En el instante mostrado la rapidez aumenta o disminuye, justifique.
- El módulo de la velocidad y de la aceleración luego de 1s.



134.PC2 (18-1)

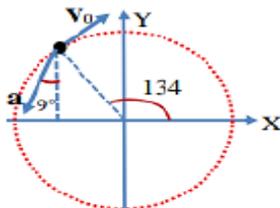
Una partícula A se lanza desde lo alto de un edificio con una velocidad V_0 , moviéndose sobre el plano XY (ver figura) y bajo la acción de la gravedad. Otra partícula B se mueve sobre una trayectoria circular de radio $R = 5 \text{ m}$ con velocidad angular constante, cuyo centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas XY. La partícula A llega a impactar sobre la partícula B en $t = 2 \text{ s}$. Considerando el instante mostrado en la figura $t = 0 \text{ s}$, y que $\omega < 1,2 \text{ rad/s}$, determine:

Las leyes de movimiento de las partículas A y B para todo instante de tiempo, de acuerdo al sistema de referencia XY.



135.PC2 (18-1)

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio R desconocido con aceleración angular constante. En el instante $t = 0 \text{ s}$ (mostrado en la figura) su aceleración de módulo 10 m/s^2 forma 9° con la vertical, y su rapidez es 6 m/s . Determine:



- El radio R y la aceleración angular.
- La posición angular y la velocidad angular para todo instante de tiempo.
- Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 2 \text{ s}$. Use el sistema XY de la figura para expresar los vectores.

136.PC2 (18-1)

Una partícula se mueve describiendo una trayectoria circular de radio $R = 2 \text{ m}$, de acuerdo a la siguiente ley de movimiento angular $\theta(t) = 2t^2 - 4t + 10$. Usando un sistema de referencia XY con origen en el centro de la trayectoria circular, determine:

- El vector posición de la partícula para todo instante de tiempo.
- El vector velocidad de la partícula para todo instante de tiempo.

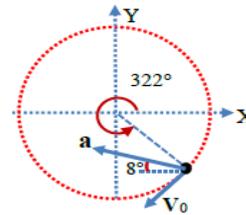
- Los módulos de los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 2 \text{ s}$, y luego dibuje estos vectores sobre la trayectoria.

137.PC2 (18-1)

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio R desconocido con aceleración angular constante. En el instante $t = 0 \text{ s}$ (mostrado en la figura) su aceleración de módulo $2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ forma 8° con la horizontal, y su rapidez es 3 m/s .

Determine:

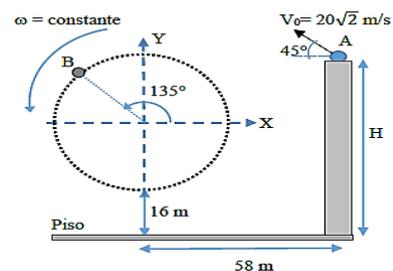
- El radio R y la aceleración angular.
- La posición angular y la velocidad angular para todo instante de tiempo.
- Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 2 \text{ s}$. Use el sistema XY de la figura para expresar los vectores.



138.PC2 (18-1)

Una partícula A se lanza desde lo alto de un edificio con una velocidad V_0 , moviéndose sobre el plano XY (ver figura), y bajo la acción de la gravedad. Otra partícula B se mueve sobre una trayectoria circular de radio $R = 4 \text{ m}$ con velocidad angular constante, cuyo centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas XY. La partícula A llega a impactar sobre la partícula B en $t = 3 \text{ s}$. Considerando el instante mostrado en la figura $t = 0 \text{ s}$, y que $2 \text{ rad/s} < \omega < 2,5 \text{ rad/s}$, determine:

Las leyes de movimiento de las partículas A y B para todo instante de tiempo, de acuerdo al sistema de referencia XY.



139.PC2 (18-1)

Una partícula se mueve describiendo una trayectoria circular de radio $R = 2 \text{ m}$, de acuerdo a la siguiente ley de movimiento angular $\theta(t) = -\pi t^2 - 2\pi t - \pi / 3$. Usando un sistema de referencia XY con origen en el centro de la trayectoria circular, determine:

- El vector posición de la partícula para todo instante de tiempo.
- El vector velocidad de la partícula para todo instante de tiempo.
- Los módulos de los vectores aceleración tangencial y aceleración normal en $t = 5 \text{ s}$, y luego dibuje estos vectores sobre la trayectoria.

140.PC2 (18-0)

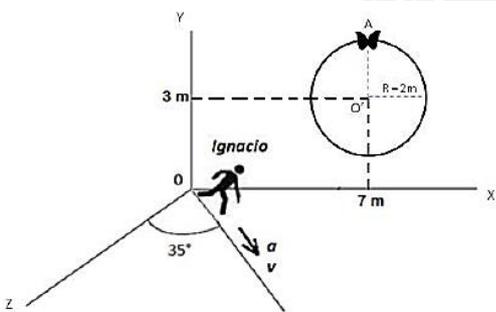
Una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio 2 m con centro en el origen de coordenadas del plano XY. Para $t = 0$ s, la partícula se encuentra sobre el eje Y, con velocidad angular de π rad/s en sentido antihorario y aceleración angular constante de π rad/s² en sentido horario. Para el instante que cruza en eje X positivo por primera vez, determine:

- La velocidad angular de la partícula.
- La componente tangencial y normal de la aceleración.
- Dibuje sobre la trayectoria el vector aceleración.

141.PC2 (18-0)

En un aviso giratorio circular, ubicado en el frontis de una pared, se encuentra una mariposa, tal como muestra la figura. El aviso circular giran en sentido horario con rapidez angular constante igual a 1,5 rad/s. Considere que la mariposa inicialmente se encuentra en la posición A. En el preciso instante que el aviso comienza a girar, Ignacio inicia una caminata siguiendo la dirección mostrada en la figura, con rapidez inicial 2,0 m/s y aceleración constante de módulo 2,0 m/s² desde el origen O. Se pide:

- Los vectores posición de Ignacio y la mariposa con respecto a XYZ.
- Los vectores velocidad de Ignacio y la mariposa con respecto a XYZ.
- El vector posición de la mariposa respecto a Ignacio para $t = 1$ s.
- El vector aceleración de la mariposa respecto a Ignacio para $t = 1$ s.



142.PC1 (17-2)

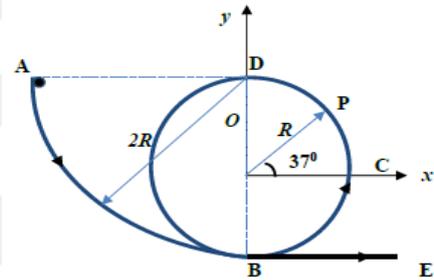
- Determinar la velocidad angular del horario y del minutero de un reloj analógico.
- Expresar el ángulo que existe entre el minutero y el horario, en función de la velocidad angular del horario y minutero. Suponga como origen de coordenadas las 12m
- Calcular el ángulo entre el minutero y horario 540 segundos después de empezar el movimiento.



143.PC1 (17-2)

En la figura se muestra una pista que consta de tres tramos, el primero corresponde a un cuarto de circunferencia de radio 2R, el segundo a una circunferencia completa de radio R y finalmente a un rectilíneo. Un móvil parte del punto A y se desplaza por el tramo ABCDE mostrado en la figura con una rapidez constante, tardando 4 segundos en pasar por primera vez el punto B. Dato $R=1$ m. Responda las siguientes preguntas:

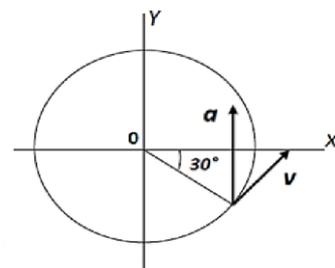
- ¿Cuál es la velocidad angular del móvil alrededor de la circunferencia de radio R?
- ¿Cuál es el valor de módulo de la aceleración en cada uno de los 3 tramos definidos?
- Dibuje y halle la velocidad y aceleración de la partícula en el punto P mostrado. Utilice el sistema de coordenadas $x - y$ dado.
- Para describir el movimiento de la partícula alrededor del tramo circular determine la posición de la partícula en cada instante de tiempo (Ley del movimiento). Para lo cual utilice el sistema de coordenadas mostrada y asuma que en el tiempo $t = 0$ el móvil se encuentra en el punto D.
- Respecto al sistema de coordenadas mostrado. ¿Cuál es la velocidad y aceleración del móvil en cada instante de tiempo solo en el tramo circular de radio R?



144.PC1 (17-0)

La figura muestra para $t=2$ s la ubicación de una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio 5,0 m. En ese instante la aceleración es paralela al eje Y y tiene módulo 25 m/s², se sabe que su aceleración angular es constante.

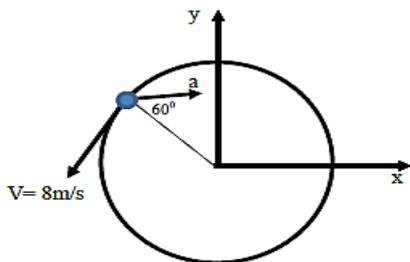
- Para $t=2$ s determine el módulo de la aceleración tangencial y la aceleración angular de la partícula.
- Para $t=2$ s determine el módulo de la aceleración normal y la rapidez de la partícula.
- Determine la posición angular de la partícula en función del tiempo.
- Para $t=0$ s determine el vector aceleración normal de la partícula.



145.PC1 (16-2)

En cierto instante, una partícula que se mueve en el sentido contrario de las manecillas del reloj, en una circunferencia de radio 2 m, tiene una rapidez de 8 m/s y su aceleración está dirigida como se muestra en la figura. Determine:

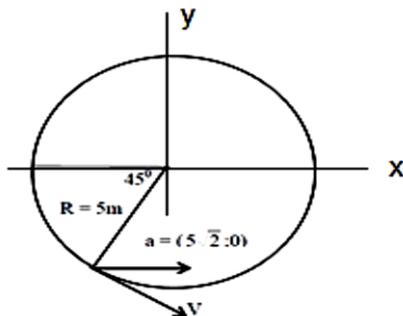
- La aceleración centrípeta de la partícula.
- La aceleración tangencial de la partícula.
- La velocidad angular y aceleración angular en el instante mostrado.
- Si consideramos $t = 0$, el instante que se muestra en la figura y que la aceleración angular es constante, hallar la velocidad angular después de 1 segundo



146.PC1 (16-2)

Un objeto se encuentra en MCUV de radio 5 m, en la figura se muestra al objeto en $t = 0$, determine:

- La aceleración tangencial y normal en el instante inicial.
- El vector aceleración del objeto, para todo instante del tiempo.
- El tiempo que le tarda en duplicar su la rapidez.



147.PC1 (16-2)

Tal como muestra la figura, la partícula A se mueve sobre una circunferencia de radio 10,0 m. La partícula A parte

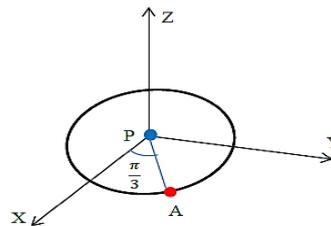
del reposo desde la posición angular $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$, con una

aceleración angular $\alpha = \pi \text{ rad} / \text{s}^2$. En el mismo instante que inicia su movimiento la partícula A, se lanza un proyectil P desde el origen de coordenadas para impactar con la partícula A a los 5 s de iniciado su movimiento. En el eje Z actúa la aceleración de la gravedad y en el eje Y el viento ejerce una aceleración

$\vec{a}_y = 3\hat{j} \text{ m} / \text{s}^2$. Plano X-Y es horizontal. Determine:

- La ley de movimiento angular para la partícula A.
- La posición de la partícula A para $t=5$ s.

- La velocidad inicial que se le debe dar al proyectil para impactar con la partícula A.



148.PC1 (16-2)

Una partícula se mueve en una trayectoria circular de 2,0 m de radio. Su posición angular está dada por

$$\theta(t) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}t^2, \text{ donde } t \text{ está en s y } \theta \text{ en rad.}$$

Hallar:

- El módulo de la velocidad y de la aceleración en función del tiempo.
- La aceleración, la velocidad, las componentes tangencial y normal de la aceleración de la partícula en $t = 1$ s.

149.PC1 / 16 - 1

Una barra de 3 m comienza a girar con una velocidad angular de $2\pi \text{ rad/s}$ en sentido horario y una aceleración angular constante de $\pi \text{ rad/s}^2$ en sentido anti horario durante 1 s. Luego, se le deja de acelerar durante 3 s. Por último, se le aplica una aceleración angular constante de $\pi \text{ rad/s}^2$ hasta detenerse. Si inicialmente la barra se encuentra extendida a lo largo del eje positivo X con su extremo izquierdo (punto de giro) sobre el origen de coordenadas. Determine:

- El vector posición del extremo derecho de la barra, para todo instante de su movimiento.
- El valor de la aceleración tangencial y normal del extremo derecho en $t=2,5$ s
- El ángulo final que tiene la barra con respecto al eje positivo x.

150.PC1 / 16 - 1

Una partícula en M.C.U.V. tiene aceleración angular $\alpha = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}^2}$. Si el radio de su trayectoria es 2 m y su velocidad angular inicial y su posición angular inicial a $t=0$

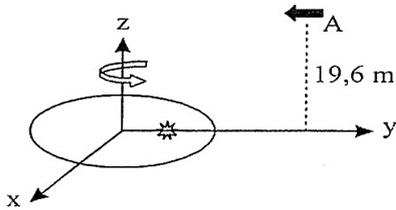
son respectivamente $\vec{\omega}_0 = -\frac{\pi \text{ rad}}{4 \text{ s}}$ y $\theta_0 = -\pi \text{ rad}$

Hallar:

- La aceleración a $t=0$ Las componentes tangencial y normal de la aceleración para $t = 4$ s.
- A que instante de tiempo la aceleración normal triplica el valor de la aceleración tangencial.

151.PC1 / 15 - 2

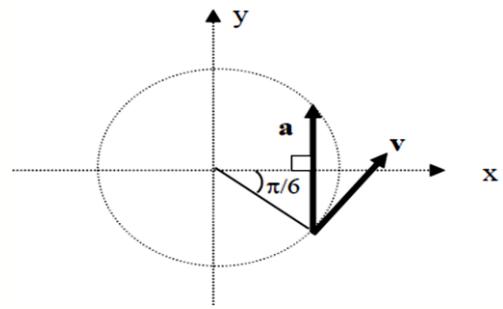
En la figura se muestra a un disco de 5m de radio que está girando uniformemente apoyado en un plano horizontal y sobre él se halla una mosca ubicada 2m de su centro.



Justo cuando la mosca está en la posición mostrada, se dispara horizontalmente un proyectil del punto A con coordenadas (0; 10; 19,6)m.

Determine la velocidad inicial necesaria del proyectil para hacerle blanco a la mosca, si consideramos los siguientes casos:

- El disco da media vuelta por segundo.
- El disco da una vuelta en 4 segundos.



- Calcule la posición angular $\theta(t)$, velocidad angular $\omega(t)$ y aceleración angular $\alpha(t)$. Tomando como instante inicial el mostrado en la figura.
- ¿Cuál será al cabo de 2s. su aceleración tangencial, normal y el módulo de su aceleración total?

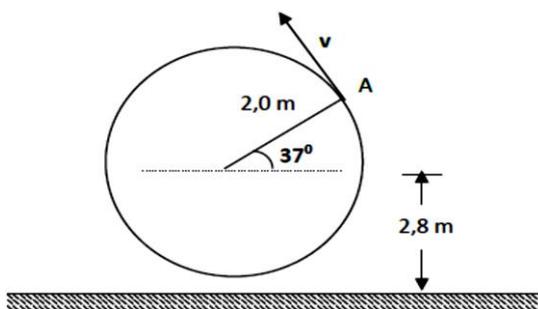
152.PC1 / 15 – 2

Dos discos muy delgados giran concéntricos en el origen de coordenadas en un plano horizontal XY. Cada uno tiene un agujero puntual en un radio de 2 m. Para $t = 0$ s, el agujero A se encuentra sobre el eje X negativo. La velocidad angular del agujero A es constante de π rad/s de giro anti horario. Para $t = 0$ s, el agujero B se encuentra sobre el eje X positivo y parte del reposo con aceleración angular de π rad/s² en sentido horario. Para $t = 0$ s, un proyectil es lanzado de $\vec{r} = (20; 0; 10)$ m y velocidad inicial desconocida. Si el proyectil pasa por los dos agujeros en el instante que estos están juntos por segunda vez. Determine el vector velocidad del proyectil respecto al agujero B.

153.PC1 / 15 – 2

Una piedra en el extremo de una cuerda se hace girar en un círculo vertical de 2,0 m de radio a una rapidez constante $V = 10$ m/s, como muestra la figura. El centro de la cuerda se encuentra a 2,8 m sobre el piso

- ¿Cuál es la altura máxima de la piedra si se corta la cuerda cuando está inclinada a 37° respecto de la horizontal en A?
- ¿Cuál es la aceleración de la piedra justo antes de que se suelta en A?, si en ese instante está desacelerando con una aceleración tangencial de módulo 3m/s^2 .



154.PC1 / 15 – 2

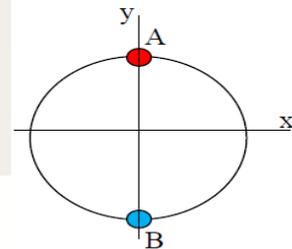
La figura representa, en un instante dado, la aceleración y velocidad de una partícula que se mueve sobre con aceleración angular constante sobre un círculo de radio R. Si en ese instante el vector aceleración es $a=(0;10)$ m/s² y su rapidez es 1m/s.

155.PC1 / 15 – 1

Tal como muestra la figura, las partículas A y B se mueven sobre una circunferencia de radio 3,00 m . La partícula A parte con velocidad angular inicial π rad/s en sentido horario y con aceleración angular 6π rad/s en sentido antihorario. La partícula B parte del reposo con aceleración angular constante de 2π rad/s en sentido antihorario.

Determine:

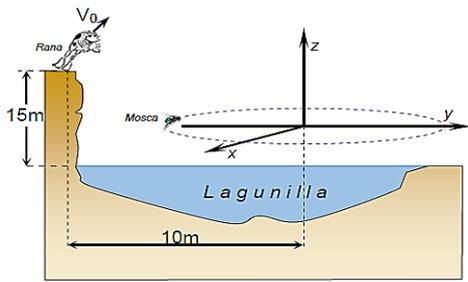
- La ecuación general que permite calcular los tiempos de encuentro de las partículas.
- Para cada partícula el desplazamiento angular y la longitud recorrida desde que iniciaron su movimiento hasta que ocurre el tercer encuentro.



156.PC1 / 15 – 1

Una rana al ver una mosca se lanza con cierta velocidad desde lo alto de un acantilado de 15 m (tiro de proyectiles) con componente z positivo de 5 m/s. La mosca se encuentra girando en sentido anti horario (visto desde la rana) a 5,4m del nivel del agua con MCUV de radio 2 m en un plano horizontal XY, cuyo centro se encuentra a una distancia horizontal de 10 m del acantilado como se muestra en la figura. En el momento que se lanza la rana, la mosca se encuentra justo sobre la recta horizontal entre el acantilado y el centro de la circunferencia con $\omega = 0,5\pi$ rad/s y aumentando su rapidez a razón de 4π m/s². Si la rana atrapa a la mosca, determine:

- El tiempo en que atrapa la rana a la mosca desde el instante del lanzamiento
- La ubicación en que es atrapado la mosca.
- La velocidad de lanzamiento de la rana.
- La distancia entre la mosca y la rana en el instante $t = 1$ s.



157.PC1 / 14 – 2

Una partícula se encuentra girando en una circunferencia de radio $R = 1$ m. Su posición angular está dada por $\theta(t) = \pi - 4\pi t + 2\pi t^2$, donde θ se mide en rad y t en s. Hallar:

- La velocidad angular y la aceleración angular para todo instante t .
- La rapidez, la aceleración tangencial y normal para todo instante t . Grafique estos vectores a $t = 0$ y $t = 2$.
- El ángulo que forma la aceleración con la aceleración normal para $t = 2$ s.

158.PC1 / 14 – 1

Una partícula se mueve con MCUV describiendo una trayectoria circular de 8 m de radio sobre un plano horizontal XY. La aceleración angular es desconocido pero se sabe que $\theta(t=1\text{ s}) = 0$, $w(t=2\text{ s}) = (-13\pi/4)$ rad/s y $w(t=3\text{ s}) = (-21\pi/4)$ rad/s. Determine:

- La posición angular de la partícula en función del tiempo.
- Los vectores posición y velocidad de la partícula para todo instante de tiempo.
- El vector velocidad para el instante $t = 1$ s.

159.PC1 / 14 – 1

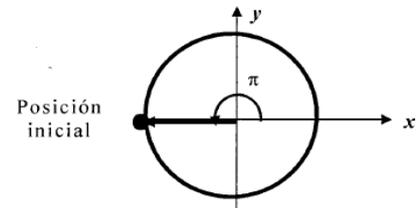
Una partícula se mueve en una trayectoria circular de 2 m de radio. Su posición angular está dada por $\theta(t) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{4}t^2$, donde t está en s y θ en rad. Hallar:

- La velocidad angular y la aceleración angular de la partícula para todo instante de tiempo.
- El módulo de la velocidad y de la aceleración en función del tiempo.
- La aceleración tangencial y normal de la partícula en función del tiempo.
- La aceleración, la velocidad, las componentes tangencial y normal de la aceleración de la partícula en $t = 0$ s y graficarlas sobre la trayectoria indicando el ángulo que forman la velocidad y la aceleración en ese instante.

160.PC1 / 13 – 2

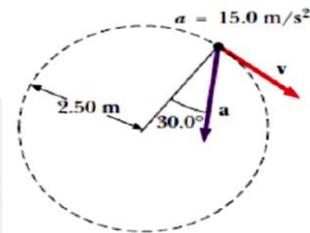
Una pelota que se mueve sobre una circunferencia de radio 2,0 m, se encontraba inicialmente en la posición mostrada. Si la velocidad angular de la pelota viene dada por $\omega = -\pi + 2\pi t$ rad/s, donde t viene dado en segundos y consideramos positivo el sentido anti horario, halle:

- La ley de la pelota ($\theta(t)$).
- Los valores de la aceleración tangencial y normal después de 2 s de iniciado el movimiento.
- La aceleración total del movimiento (utilice los vectores unitarios \hat{i} y \hat{j}) y dibújela después de 2 segundos de iniciado el movimiento.
- La velocidad de la pelota en el instante que cruza por primera vez el eje x.



161.PC1 / 13 – 1

La figura representa la aceleración de una partícula que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj en un círculo de 2,5m de radio para cierto instante de tiempo. Encuentre las aceleraciones normal y tangencial, y la rapidez de la partícula.



162.PC1 / 13 – 0

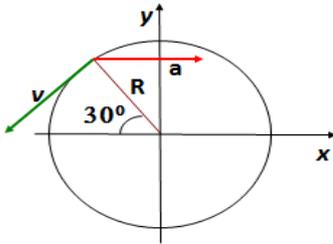
Un cazador al ver un ave, le lanza desde lo alto de un árbol de 50 m una piedra con velocidad cuya componente en Z es positiva y vale 5 m/s. El ave se encuentra girando en sentido antihorario (vista por el cazador) a 20 m del piso con MCUV de radio 3 m, en un plano horizontal, cuyo centro se encuentra a una distancia horizontal de 60 m del árbol. Si en el momento que se lanza la piedra el ave se encuentra justo sobre la recta horizontal entre el árbol y el centro de la circunferencia con $\omega = 5\pi$ rad/s y aumentando su rapidez a razón de 6π m/s². **Tomar un sistema de referencia con origen en el árbol y con el eje positivo Y apuntando hacia el centro de la circunferencia y el eje x perpendicular al plano YZ.** Si la piedra impacta el ave, determinar: ($g = 10\text{ m/s}^2$)

- La ley de movimiento de la piedra.
- La velocidad y aceleración del ave en componentes XYZ justo en el instante del impacto.

163.PC1 / 12 – 2

Una partícula se mueve sobre una trayectoria circular de radio $R = 2$ m. En el instante mostrado en la figura el módulo de su velocidad es 20 m/s y su aceleración de módulo desconocido es paralela al eje x. **Para el instante mostrado**, determinar:

- La aceleración normal.
- La aceleración y la velocidad para todo instante.
- La aceleración tangencial.
- La velocidad angular y aceleración angular.



164.PC1 / 12 – 2

Una partícula se mueve en una trayectoria circular de 4 m de radio. Su posición angular está dada por:

$$\theta(t) = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{12}t^2$$

; donde t se mide en s y θ

en rad. Determinar:

- La velocidad y la aceleración angular para todo instante de tiempo.
- El tiempo en que la partícula cruza por primera vez el eje x.
- La velocidad angular, la rapidez y la aceleración tangencial y normal en el instante hallado en la parte b.
- El ángulo que forma la velocidad y la aceleración en el instante en que la partícula cruza por primera vez el eje x.
- La posición angular en la que cambia el sentido de su movimiento.

165.PC1 / 12 – 1

La ley de movimiento angular de una partícula que sigue una trayectoria circular sobre el plano XY es

$$\theta(t) = -\frac{\pi}{4} + \pi t - \frac{\pi}{2}t^2 \quad (t \text{ en segundos}),$$

determinar:

- La posición angular en $t = 5s$
- La velocidad angular en $t = 10s$
- El instante en que cambia su sentido de giro
- El tiempo que demora en dar 5 vueltas completas.
- La dirección y el sentido de los vectores velocidad y